

Varje fråga är värd max. 10 poäng. För godkänd tentamen krävs minst 25 poäng (inkl. bonuspoängen från övning 1-3). Deltenten är enskilt i kraft t.o.m. 27.2.2010.

1. Ange för var och en av följande termer om den hänför sig till hypotestest, konfidensintervall eller till bådadera. (Rätt svar =1p, fel svar =0p. Om man svarar Båda då endast endera är korrekt, eller svara endera då Båda är korrekt så är det också fel =0p).

- (1) nollhypotes
- (2) litet stickprov
- (3) p-värde
- (4) konfidensgrad
- (5) falsifieringsprincip
- (6) estimation av en parameter med ett intervall av sannolika värden
- (7) estimatets standardfel
- (8) test om en parameter finns inom ett visst värdeområde
- (9) punktestimat
- (10) t-fördelning

2. I en undersökning om personers inställning till mat och näringslära ingick bl.a. följande två påståenden som besvarades på en Likert-skala (1=helt av motsatt åsikt, ..., 5=helt av samma åsikt):

- Jag gillar att laga mat (Cook)
- Jag gillar att baka (Bake)

I datautskriften nedan finns resultatet sammanställt för de 254 respondenter i stickprovet som svarat på båda frågorna.

Använd informationen i utskriften för att skapa ett 95 %:s konfidensintervall för skillnaden i åsikt om att laga mat och baka.

Tolka intervallets innebörd i ord.

	Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Cook	3,4252	254	1,18635	,07444
Bake	3,1102	254	1,16760	,07326

	Paired Differences		
	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Cook - Bake	,31496	1,07579	,06750

3. Enligt vidstående statistik (Hbl, november 2009) studerade ca 19,8% av alla 20-39 åriga finländare på universitet/högskola år 2007.

I samband med en storkonsert hösten 2007 togs ett stickprov bestående av 1000 slumpmässigt valda 20-39 åriga finländska unga vuxna. Av dessa studerade 225 på universitet/högskola.

Testa om andelen högskolestuderande 20-39 åriga finländare på en sådan storkonsert avviker från den nationella andelen.

I ditt svar skall tydligt framgå

- dina hypoteser
- värdet på din teststatistika z
- p-värdet
- slutsats (med lämplig signifikansnivå)



4. I följande fem fall undersöks skillnaden i medelvärde mellan två kategorier. Avgör i vart och ett av fallen om grupperna är oberoende eller beroende/matchade par. Motivera kort ditt svar (MAX 1 rad per fall).

- För att testa skillnaden i genomsnittlig svårighetsgrad mellan två frågor i en tent jämförs 30 studerandes poäng i vardera frågan.
- För att testa om studerandes nöjdhet med en grundkurs har ändrats på två år tas ett urval om 100 kursutvärderingar från vardera året och jämförs.
- För att testa skillnaden i genomsnittlig studietid mellan Helsingfors och Vasa väljs slumpmässigt 50 utexaminerade ekonomiexaminiatorer från vardera orten och deras studietid jämförs.
- För att testa skillnaden i medelvitsord från delarna EMS-matematik och EMS-statistik jämförs vitsorden för 80 slumpmässigt valda studerande som avklarat båda delarna.
- För att testa skillnaden i genomsnittlig studietakt mellan två huvudämnen i Hanken väljs slumpmässigt 45 studerande från vardera ämnet och deras studiepoäng/år jämförs.

5. Merryll Lynch Securities och Healt Care Retirement, Inc. är två stora arbetsgivare i centrum av Toledo, Ohio. De planerar att tillsammans erbjuda barndagvård åt sina anställda och vill veta vad den genomsnittliga barndagvårdsutgiften/vecka är som deras anställda har för närvarande. De tar slumpmässigt ett stickprov bestående av 10 anställda som använder barndagvård. Resultatet (\$) var följande:

107 92 97 95 105 101 91 99 95 104

- Nämn tre orsaker till varför man vanligen väljer stickprov i stället för att undersöka hela populationen.
- Testa på basen av stickprovsresultatet om den genomsnittliga barndagvårdsutgiften per vecka är under \$100 och tolka resultatet. Vad måste du kunna anta om utgifterna i ett litet stickprov som detta?

Modellösningar till Fulle-tenten 21.11.09

1) Med sidhänvisningar till föreläringunderlaget

- | | |
|-------------------------|--|
| (1) hypotestest s.6 | (6) konfidensintervall s.2 |
| (2) båda s.6 & 8 | (7) båda, t.ex. S_x på s.4, 6, 8 |
| (3) hypotestest s.6 | (8) hypotestest s.2 |
| (4) konf. intervall s.4 | (9) båda, t.ex. \bar{x} på s.4, 6, 8 |
| (5) hypotestest s.6 | (10) båda, t.ex. s.6 & 8 |

2) $X_1 = \text{Cook}$, $X_2 = \text{Bake}$ → mäts på likert-skala: 1-5
 $n = 254$ respondenter som svarar på båda frågorna → parvis jämförbara

$$\bar{x}_d = 0,31496, s_d = 1,07579, s_{\bar{x}_d} = \frac{s_d}{\sqrt{n}} = 0,06750$$

95%:s konf. int. för μ_d : $\bar{x}_d \pm z \cdot s_{\bar{x}_d}$

$$\Rightarrow 0,31496 \pm 1,96 \cdot 0,0675$$

$$= 0,31496 \pm 0,13204$$

$$\approx (0,18; 0,45)$$

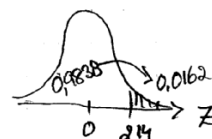
Intresset för att laga mat är i medeltal 0,18-0,45 poäng högre än för att baka (på skalan 1-5). Detta estimat är korrekt med 95%:s sannolikhet.

3) π = andelen 20-39-åriga finländare som studerar på universitet/högskola

$$\left. \begin{array}{l} n = 1000 \\ n_A = 225 \end{array} \right\} p = \frac{225}{1000} = 0,225$$

a) $H_0: \pi = 0,198$
 $H_1: \pi \neq 0,198$
 tvås. test

$$b) z = \frac{p - \pi_0}{\sqrt{\frac{\pi_0(1-\pi_0)}{n}}} = \frac{0,225 - 0,198}{\sqrt{\frac{0,198 \cdot 0,802}{1000}}} = 2,1426$$



c) $\text{cons. pv} = 1,62\%$
 $\text{tvås. pv} = 3,24\%$

d) H_0 förkastas på en 5%:s signifikansnivå \Rightarrow
 Andelen högskolestudenter 20-39 åriga finländare på en storkonsert överskrider från 19,8%

4) Oberoende eller beroende?

- a) Beroende: Samma 30 stud. svar på frågorna jämförs
- b) Oberoende: olika stickprov (100+100) jämförs
- c) Oberoende: olika studerande (50+50) jämförs
- d) Beroende: Samma 50 studerandes uttaland jämförs
- e) Oberoende: olika studerande (45+45) jämförs

5) X = barndagvårdsutgift/vecka

$$n = 10 \Rightarrow \bar{x} = 98,60, s = 5,542$$

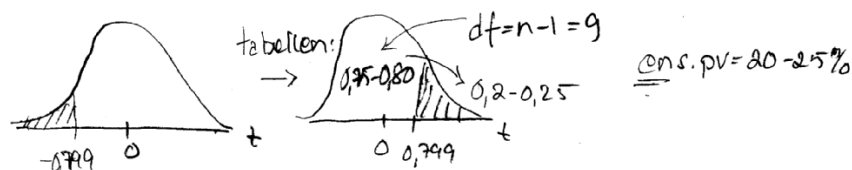
- a) Resursfråga (pengar, tid)
 Praktisk genomförbarhet (hela pop. kan inte nås på en gång)
 Destruktiva följder (de undersökta enheterna förstörs)
 Stickprovet räcker (t.ex. vattenprov, blodprov)

↗
 nämn 3 av ovanstående orsaker (eller motsvarande)

b) $H_0: \mu = 100$
 $H_1: \mu < 100$
 ens. test

Då $n < 30$ måste vi anta att X är normalfördelad för att \bar{x} skall vara normalfördelad

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s_{\bar{x}}} = \frac{98,60 - 100}{5,542/\sqrt{10}} \approx -0,799$$



$\Rightarrow H_0$ accepteras på 5%:s sign. nivå \Rightarrow barndagvårds-utgiften är inte i medeltal under 100 \$/vecka

Varje fråga är värd max. 10 poäng. För godkänd tentamen krävs minst 25 poäng (inkl. bonuspoängen från övning 1-3). Deltenten är i kraft t.o.m. 7.3.2009.

1. Förklara kort och koncist vad som menas med följande begrepp (max 5 rader per fråga):

- a) väntevärdesriktig estimator
- b) signifikansnivå
- c) proportionell allokering vid stratifierat slumpmässigt urval
- d) mätinstrumentets reliabilitet

2. *Trading Standards Officers* utför regelbundet statistiska undersökningar för att säkerställa att producenter inte kommer med osanna påståenden om sina produkter.

Anta t.ex. att det på etiketten på en stor Colaflaska står att flaskan innehåller 3 liter. Europeisk lagstiftning tillstår att en påfyllningsmaskin inte kan inställas så att den alltid ger exakt 3 liter per gång, trots att den i medeltal gör det, men så länge medeltalet är minst 3 liter så anses konsumentens rättigheter vara skyddade.

För att testa om Colaflaskorna uppfyller lagstiftningens krav eller inte uppställs hypoteser.

a) Hur ser hypoteserna ut för detta test?

- | | | |
|-------------------|------------------------|-------------------------|
| (i) $H_0: \mu=3$ | (ii) $H_0: \mu \geq 3$ | (iii) $H_0: \mu \leq 3$ |
| $H_1: \mu \neq 3$ | $H_1: \mu < 3$ | $H_1: \mu > 3$ |

Ett stickprov om 29 Colaflaskor väljs slumpmässigt, och följande statistikor uträknas:

$\bar{x} = 2,92$ liter och $s = 0,18$ liter. Mängden innehåll i Colaflaskorna är normalfördelad.

b) Vilket värde har teststatistikan (ungefär)?

- | | | |
|----------------|-------------------|-------------------|
| (i) $t = 2,39$ | (ii) $t = -0,444$ | (iii) $t = -2,39$ |
|----------------|-------------------|-------------------|

c) Hur många frihetsgrader har teststatistikan?

- | | | | |
|---------------|----------------|-----------------|----------------|
| (i) $df = 29$ | (ii) $df = 30$ | (iii) $df = 28$ | (iv) $df = 56$ |
|---------------|----------------|-----------------|----------------|

d) På vilken/vilka av följande signifikansnivåer kan H_0 förkastas?

- | | | |
|--------------------|----------------------|----------------------|
| (i) $\alpha = 5\%$ | (ii) $\alpha = 10\%$ | (iii) $\alpha = 1\%$ |
|--------------------|----------------------|----------------------|

3. UNITE/MORI publicerar årligen *Student Experience Reports'* baserade på intervjuer som gjorts inom stickprov tagna från olika universitet i Storbritannien.

År 2001 rapporterades att 74 % av 1103 respondenter höll helt med påståendet att det är en värdefull erfarenhet att vara på ett universitet ("*Going to a University is a worthwhile experience*"). Motsvarande siffror för år 2005 var 66 % av 1065 respondenter.

Testa om andelen som håller helt med påståendet har minskat från 2001 till 2005?

Vad är p-värdet i ditt test? Vad är din slutsats?

4. Enligt en undersökning om elproduktion, gjord i Finland våren 2008 av TSN Gallup, var det 87 % som stödde användningen av vattenkraft vid elproduktion. Resultatet baserade sig på ett representativt, slumpmässigt urval av storleken 1184 och presenterades i ett pressmeddelande 24.4.2008.

a) Estimera med ett 95 %:s konfidensintervall andelen finländare som stöder användningen av vattenkraft vid elproduktion. Tolka intervallets innebörd i ord.

b) I pressmeddelandet uppgavs att felmarginalen för resultatet var $\pm 2,5$ procentenheter (dvs. $\pm 0,025$). Vilken konfidensgrad har de använt i sitt estimat för att erhålla denna felmarginal?

Uppgifterna hämtade 20.11.2008 från:

<http://www.energia.fi/fi/ajankohtaista/lehdistotiedotteet/kyselytutkimus%20vesivoima-asenteista.html>

5. Ett nytt program för systemanalytiker som kan användas för design, utveckling och implementering av informationssystem har kommit ut på marknaden. För att utvärdera nyttan av det nya programmet tas ett slumpmässigt stickprov omfattande 24 systemanalytiker, vilka alla får en beskrivning av ett hypotetiskt informationssystem. 12 av dem skall producera informationssystemet användande den nuvarande teknologin. De övriga 12 utbildas i att använda det nya programmet som de sedan skall använda för att producera informationssystemet i fråga.

Följande resultat erhöles (antal timmar det tog att producera det hypotetiska informationssystemet):

Med nuvarande teknologi	300	280	344	385	372	360	288	321	376	290	301	283
Med det nya programmet	274	220	308	336	198	300	315	258	318	310	332	263

Skillnaden i den tid det i genomsnitt tar att producera informationssystemet med nuvarande teknologi och ny teknologi testades.

a) Skall ett t-test för matchade par eller oberoende grupper användas? Motivera kort.

b) I bilaga A finns SPSS-utskrifter där skillnaderna testats både parvis och mellan oberoende grupper. Tolka resultatet från det test som är korrekt att använda i detta fall. Ange hypoteser, medeltal per grupp, t-värdet, frihetsgrader, p-värde samt slutsatser och tolkning.

BILAGA A

Paired Samples Statistics

		Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1	Nuvarande	325,00	12	39,995	11,546
	Nytt	286,00	12	43,998	12,701

Paired Samples Test

		Paired Differences							
		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference		t	df	Sig. (2-tailed)
					Lower	Upper			
Pair 1	Nuvarande - Nytt	39,000	55,120	15,912	3,979	74,021	2,451	11	,032

Group Statistics

		N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
tid	nuvarande teknologi	12	325,00	39,995	11,546
	nytt program	12	286,00	43,998	12,701

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
									Lower	Upper
tid	Equal variances assumed	,011	,917	2,272	22	,033	39,000	17,165	3,403	74,597
	Equal variances not assumed			2,272	21,803	,033	39,000	17,165	3,384	74,616

Modellämningar till FUM-tent 22.11.08

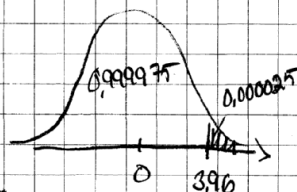
- 1) a) väntevärdesriktig estimator = en estimator som i medeltal ger rätt estimat, dvs. b är u.v.r. estim. av β om $E(b) = \beta$
- b) signifikansnivå α = sannolikheten att felaktigt förkasta H_0 . Anges som den maximala accepterade felrisken, ett test.
- c) prop. allokering = anger att stickprov väljs från varje skattum i samma proportioner som stratumet utgör av populationen
- d) mätinstrumentets reliabilitet = anger mätinstrumentets förmåga att motstå slumpens inverkan, dvs. dess "pålitlighet" som mätverktyg.

- 2) a) (ii) $H_0: \mu \geq 3$ (uppfyller kravet \Rightarrow konsum. rättigheter är skyddade)
 $H_1: \mu < 3$ (uppfyller inte kravet)
- b) (iii) $t = \frac{292-3}{0.18/29} = -2.39$ c) (iii) $df = n-1 = 29-1 = 28$
- d) (i) 5% och (ii) 10% (pr är mellan 1 och 2.5%)

3) 2001: $n_1 = 1103$, $p_1 = 0.74$
2005: $n_2 = 1065$, $p_2 = 0.66$ } $p = \frac{0.74 \cdot 1103 + 0.66 \cdot 1065}{1103 + 1065} = 0.7$

$H_0: \pi_1 = \pi_2 (\Rightarrow \pi_1 - \pi_2 = 0)$
 $H_1: \pi_1 > \pi_2$ (minskat \Rightarrow ens.)

$$Z = \frac{(p_1 - p_2) - D_0}{\sqrt{p_1 \cdot p_2}} = \frac{(0.74 - 0.66) - 0}{\sqrt{0.7 \cdot 0.3 \left(\frac{1}{1103} + \frac{1}{1065} \right)}} \approx 4.06$$



ens. pr = 0.0025% $\Rightarrow H_0$ kan förkastas t.o.m. på 1%:s sign. nivå \Rightarrow andelen har minskat

4) $n = 1184$, $p = 0.87$

a) 95%:s konf. int. för π , $Z_{0.975} = 1.96$
$$= p \pm Z \cdot S_p = 0.87 \pm 1.96 \cdot \sqrt{0.87 \cdot 0.13 / 1184}$$

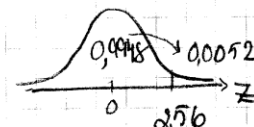
$$= 0.87 \pm 0.019 = (0.85; 0.89)$$

Mellan 85 och 89% av finländarna stöder användningen av vattenkraft.
Estimatet är korrekt med 95%:s sannolikhet.

b) Felmarginal ± 0.025

$\Rightarrow Z \cdot S_p = 0.025 \Leftrightarrow Z \cdot \sqrt{0.87 \cdot 0.13 / 1184} = 0.025 \quad | \cdot \sqrt{1184}$

$\Rightarrow Z = \frac{0.025}{\sqrt{0.87 \cdot 0.13 / 1184}} \approx 2.56$



\Rightarrow ett ca. 99%:s konf. intervall

5) X = antal timmar att producera systemet

a) $n = 24$ analytiker $\begin{cases} n_1 = 12 \\ n_2 = 12 \end{cases}$ } oberoende grupper (olika analytiker i de två grupperna)

b) $H_0: \mu_1 = \mu_2$, ingen skillnad

$H_1: \mu_1 \neq \mu_2$, skillnad (kan också testas ensidigt som $\mu_1 > \mu_2$ dvs att det går snabbare med nya)

$\bar{X}_1 = 325$ h
 $\bar{X}_2 = 286$ h

$t = 2.272$, $df = 22$ (då $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ enl. F-testet)

his. pr = 0.033 = 3.3% $\Rightarrow H_0$ förkastas på 5%:s sign. nivå \Rightarrow skillnad (snabbare med nya)

Varje fråga är värd max. 6 poäng. För godkänd tentamen krävs minst 15 poäng (inkl. bonuspoängen från övning 1-3). Deltenten är i kraft t.o.m. 1.3.2008.

1. Förklara kort och koncist följande begrepp (max 5 rader per fråga):
 - a) systematiskt slumpmässigt urval
 - b) fel av typ I vid hypotesprövning
 - c) punktestimat
 - d) dubbelsidigt test
2. Ett flygbolag anger i sin reklam att de är Europas mest punktliga flygbolag. Enligt en oberoende undersökning anlände 92 % av deras flygningar i enlighet med tidtabellen. På senare tid har antalet flygresenärer minskat och bolaget tror därför om de t.o.m. blivit ännu mer punktliga. En undersökning görs och av 268 slumpmässigt utvalda flygningar är endast 19 försenade. Kan man på 5 %:s signifikansnivå dra slutsatsen att andelen försenade flyg har minskat?
3. Många som har digitalkamera väljer att "framkalla" sina fotografier, antingen med egen printer eller genom att anlita någon av de otaliga företag som verkar inom denna bransch (både vanliga fotoaffärer och nätbaserade framkallningstjänster). Inför en större undersökning angående framkallningsvanor gjordes följande preliminära undersökning. Åtta personer som använder digitalkamera och åtta personer som använder vanlig kamera ombads ange hur många foton de framkallat under den senaste månaden. Resultaten ges i tabellen nedan

Digital	15	12	23	31	20	14	12	19
Vanlig	0	24	36	24	0	48	0	0

Kan vi utgående från denna undersökning dra slutsatsen att det finns en skillnad i hur många fotografier som användare av digital- respektive vanlig kamera i medeltal framkallar under en månad? Använd lämplig signifikansnivå. Utgå från att gruppernas varianserna är olika.

4. En av de få nackdelarna med att sluta röka är att man lätt går upp i vikt. En undersökning omfattande 150 personer visar att de i medeltal gått upp 4,7 kg under det första året efter att de slutat röka. Standardavvikelsen för viktökningen är 3,3 kg.
 - a) Beräkna ett 95% samt ett 99% konfidensintervall för viktökningens medeltal, samt tolka innebörden av intervallen.
 - b) Förklara varför ett 99% konfidensintervall alltid är bredare än ett 95% konfidensintervall (förutsatt att standardavvikelsen och stickprovsstorleken inte förändras).

VÄND!

5. Lönar det sig att göra reklam på gula sidorna i telefonkatalogen? För att försöka svara på den frågan analyseras 40 företag som inte annonserade på gula sidorna år 2005, men gjorde det år 2006. Som mått på framgång används företagens omsättning (enhet 1000€) och omsättningen 2005 jämförs med omsättningen 2006. Nedan ges en SPSS-utskrift från analysen. Besvara följande frågor.

- Utskriften är från ett "Paired-Samples T-Test", dvs. test av beroende stickprov. Förklara varför stickproven är beroende (matchade par).
- Lönar det sig att annonsera, dvs. har omsättningen ökat från 2005 till 2006? Ställ upp noll- och mothypotes för hypotestestet. Vilket beslut gör du, accepteras eller förkastas nollhypotesen? Använd signifikansnivå 0,01. Tolka resultatet.
- Hur många frihetsgrader har teststatistikan (välj rätt alternativ)?
1: 39 2: 40 3: 78
- I utskriften finns ett konfidensintervall för medelskillnaden, men den övre intervallgränsen saknas. Den övre gränsen är ungefär (välj rätt alternativ nedan):
1: 19,75 2: 29,55 3: 50,38

T-Test

Paired Samples Statistics

		Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1	År_2006	191.8000	40	45.06189	7.12491
	År_2005	172.0500	40	53.65318	8.48331

Paired Samples Correlations

	N	Correlation	Sig.
Pair 1 År_2006 & År_2005	40	.821	.000

Paired Samples Test

		Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)
		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference				
					Lower	Upper			
Pair 1	Ar_2006 - Ar_2005	19.75000	30.63411	4.84368	9.95274	-	4.077	-	.000

Modellövningar till Fuku- tent 24.11.07

1. a) Systemetiskt slumpmässigt urval = utförd genom att lotte ut en startpunkt i en lista över populationen, och därefter välja systematiskt vart N/n te element

b) fel av typ I = att felaktigt förkasta H_0 (förkastat H_0 då den är sann)

c) punkt estimat = då en populationsparameter estimeras med en stickprovstatistiska för att värde som utgör ett punktestimat av populationens värde

d) tväbelsidigt test = då vi förkastar H_0 om vårt stickprovsvärde är antingen signifikant mindre eller större än det hypotetiska värdet $\Rightarrow H_1$ uttrycks som \neq

2. π = andelen flygningar som är punktliga

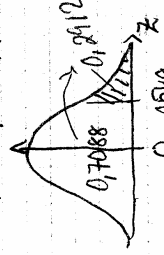
flyglare $\pi = 0.92$ (uppgiften kan också lösas som andel flyglare $\pi = 0.08$)
 $n = 268$, $19/268$ försenade $\Rightarrow p = \frac{19}{268} \approx 0.071$ punktliga

$H_0: \pi = 0.92$ (ingen förändring)

$H_1: \pi > 0.92$ (punktligheten ökar, förseningarna minskar)

ens. test

$$Z = \frac{p - \pi_0}{\sqrt{\pi_0(1-\pi_0)/n}} = \frac{0.071 - 0.92}{\sqrt{0.92 \cdot 0.08 / 268}} \approx -0.549$$



$$\text{ens. pv} = 0.912\% \quad \alpha = 5\%$$

$\Rightarrow H_0$ förkastas inte

\Rightarrow Punktligheten har inte ökat signifikant (förseningarna har inte minskat)

3. x = antal fotokamera foton/månad

$n_1 = 8$ med digi-kamera

$n_2 = 8$ med vanlig kamera

oberoende grupper, små stickprov, olika varianser

$$\bar{x}_1 = 18.25$$

$$s_1 = 6.497252166$$

$$\bar{x}_2 = 16.5$$

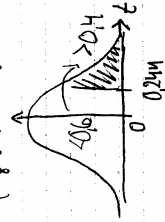
$$s_2 = 19.1758777$$

$$H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$$

$$H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq 0$$

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - D_0}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} = \frac{(18.25 - 16.5) - 0}{\sqrt{\frac{6.497^2}{8} + \frac{19.175^2}{8}}} \approx 0.244$$

$$df = \frac{(\frac{n_1-1}{2} + \frac{n_2-1}{2}) + \frac{(\frac{n_1-1}{2} + \frac{n_2-1}{2})^2}{\frac{n_1-1}{2} + \frac{n_2-1}{2}}}{2} \approx 9.99$$



ens. pv $> 40\% \Rightarrow$ inte förkastas $\Rightarrow H_0$ kan inte förkastas \Rightarrow ingen sign. skillnad i antal fotografier som framkallas från digi- eller vanlig kamera per månad

4. X = vikt övning

$n = 150$ pers $\Rightarrow \bar{x} = 4.7$ kg, $s = 3.3$ kg

$$a) 95\% \text{ s. konf. för } \mu = \bar{x} \pm z \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} = 4.7 \pm 1.96 \cdot \frac{3.3}{\sqrt{150}} = 4.7 \pm 0.53 = (4.17; 5.23)$$

Viktökningen är i medeltal mellan 4.17 och 5.23 kg. Detta estimat är korrekt med sann. 95%.

99% s. konf. för $\mu \Rightarrow \bar{x} \pm z_{0.995} = 4.7 \pm 2.5758$

$$\Rightarrow 4.7 \pm 2.5758 \cdot \frac{3.3}{\sqrt{150}} = 4.7 \pm 0.67 = (4.01; 5.39)$$

Viktökningen är i medeltal mellan 4.01 och 5.39 kg. Detta estimat är korrekt med sann. 99%.

b) 99% s. konf. int. är bredare än 95% s. konf. int. p.g.d. att det beaktar mera slumpens inverkan på stickprovsresultatet \Rightarrow större z -värde

5. X = omsättning

a) $n = 40$ förelag $\xrightarrow{2005} \xrightarrow{2006}$ } samma företag båda åren \Rightarrow beroende (matchade) stickprov

b) $H_0: \mu_d = 0$ där $\mu_d = \mu_{2006} - \mu_{2005}$

$H_1: \mu_d > 0$ ens. test.

$$t = 4.077, \text{ tvås. pv} = 0.000 \Rightarrow \text{ens. pv} \approx 0.02\% \quad \alpha = 1\%$$

$\Rightarrow H_0$ förkastas \Rightarrow omsättningen har ökat signifikant från 2005 till 2006

$$c) df = n - 1 = 40 - 1 = 39 \Rightarrow \text{alterskv 1}$$

$$d) 95\% \text{ s. konf. int. för } \mu_d: \bar{x}_d \pm t \cdot \frac{s_d}{\sqrt{n}} = (9.95274; 29.26)$$

$$\bar{x}_d = 19.75 \Rightarrow 19.75 - 9.95274 = 9.79726$$

$$\Rightarrow \text{dure} = 19.75 + 9.79726 = 29.54726 \Rightarrow \text{alt. 2}$$

Varje fråga är värd max. 6 poäng. För godkänd tentamen krävs minst 15 poäng (inkl. bonus). Deltanten är i kraft t.o.m. 8.6.2007.

1. En reklambyrå vill testa om mindre än 20 % av de vuxna som bor i huvudstadsregionen följer med nyheterna på en viss kanal. Av 500 slumpmässigt valda vuxna boende i huvudstadsregionen uppgav sig 115 se den aktuella TV-kanalens nyhetssändningar.
 - a) Är testet en- eller tvåsidigt?
 - b) Hur ser hypoteserna ut i detta test (välj rätt alternativ):

(1) $H_0: \pi = 0,2$	(2) $H_0: \pi = 0,2$	(3) $H_0: \pi = 0,2$	(4) Ingen av de föregående
$H_1: \pi \neq 0,2$	$H_1: \pi < 0,2$	$H_1: \pi > 0,2$	
 - c) Utför testet. Kan nollhypotesen förkastas på en 5 %:s signifikansnivå??
2. Mängden dryck i en halvliters ciderflaska är en normalfördelad variabel. En kund köpte 4 halvliters ciderflaskor och mätte innehållet i dem. Det erhållna resultatet var: 0,505 0,511 0,525 0,499 (liter).
 - a) Estimera med ett 95 %:s konfidensintervall den genomsnittliga mängden cider som finns i en halvlitersflaska, samt tolka innebörden av det erhållna intervallet.
 - b) Anta att du skulle ha erhållit samma medeltal och standardavvikelse i ett större stickprov. Vilka värden skulle konfidensintervallet få om n skulle ha varit 20?
3. Två analytiska metoder för bestämning av fettprocenten i kött har använts; AOAC-metoden och Babcock-metoden. I en artikel i *Analytical Chemistry* presenterar W. J. Youden resultat från en jämförelse av de två metoderna. Fetthalten i 20 köttstycken mättes med vardera metoden och resultatet finns i **tabell 1 a & b** i bilagan på nästa sida. Fetthalten kan antas vara normalfördelad.
 - a) Skall t-test för matchade par eller för oberoende grupper användas för att testa om båda metoderna ger samma resultat? Motivera ditt svar.
 - b) I **tabell 2 a & b** finns SPSS-utskrift från både ett test där resultaten jämförs parvis och ett där resultaten jämförs mellan oberoende grupper. Tolka den utskrift som överensstämmer med ditt svar i a-fallet. Din tolkning skall innehålla hypoteser, medeltal, testvärde, p-värde samt slutsatser.
4. Påverkas konditionen av TV-tittande? I undersökningen *Television viewing and physical fitness in adults 1990*, framkom att 101 av de 730 som tittade högst 2h per dag på TV hade god kondition, medan motsvarande siffror var 28 av de 250 som tittade mer än 2h på TV per dag. Testa om skillnaden är signifikant. Välj lämplig signifikansnivå.
5. I stickprovsundersökningar kan olika slag av icke-slumpmässiga fel uppstå (över- och undertäckning, bristande validitet och reliabilitet, bortfallsfel och bearbetningsfel). Avgör för var och en av fallen nedan vilka fel som kan ha uppstått. Ge ditt svar i punktform med korta motiveringar.
 - a) Presidentvalet 1936 i USA stod mellan Roosevelt och Landon. Tidskriften *Literary Digest* skickade med hjälp av telefonkataloger och bilregister ut 10 miljoner teströstsedlar och fick in 2,3 miljoner svar. På basen av svaren förutspåddes seger åt Landon. I själva verket fick Roosevelt 60 % av rösterna, en av de största majoriteterna som förekommit i amerikanska presidentval.
 - b) *Dagens nyheter* 19.12.1969 : Naturlig inställning till sex endast i vart sjunde hem! Av 206 tillfrågade patienter vid Riksförbundet för sexuell upplysning RFSU:s rådgivningsbyrå i Göteborg kom endast 31 personer från en uppväxtmiljö med en öppen och naturlig inställning till sexualitet./ ... /Resultatet är en del av en undersökning omfattande sammanlagt 275 patienter, 212 män och 63 kvinnor, som uppsökt byrån januari 1964 - april 1965.
 - c) Ett lämplighetstest för uttagning av sökande till en utbildning har visat sig vara pålitligt och ge samma resultat vid upprepade mätningar på samma grupp sökande. Trots detta är testet oanvändbart p.g.a. att det inte lyckas gallra mellan lämpliga och olämpliga sökande på önskat sätt.

Bilaga

Tabell 1 a & b

Case Summaries ^a			Statistics				
	AOAC method	Babcock method		Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
1	22,0	22,3	AOAC method	30,055	20	9,3037	2,0804
2	22,1	21,8	Babcock method	30,095	20	9,0083	2,0143
3	22,1	22,4					
4	22,2	22,5					
5	24,6	24,9					
6	25,3	25,6					
7	25,3	25,8					
8	25,6	26,2					
9	25,6	26,1					
10	25,9	26,7					
11	26,0	26,3					
12	26,2	24,9					
13	27,0	26,9					
14	27,3	28,4					
15	27,7	27,1					
16	41,5	41,4					
17	41,6	41,4					
18	45,5	45,5					
19	48,5	48,2					
20	49,1	47,5					
Total	N	20					

a.

Tabell 2 a & b

Paired Samples Test

		Paired Differences			t	df	Sig. (2-tailed)
		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean			
Pair 1	AOAC method - Babcock method	-,0400	,6516	,1457	-,275	19	,787

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means				
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference
Percent of fat	Equal variances assumed	,023	,880	-,014	38	,989	-,04000	2,89576
	Equal variances not assumed			-,014	37,961	,989	-,04000	2,89576

Lycka till!

Modellösningar till TMM-tentan 21.4.07

1) a) ensidig

b) (2) $H_0: \pi = 0,2$

$H_1: \pi < 0,2$ Observera ökningen på testet!

c) $n = 500$

$$p = \frac{115}{500} = 0,23$$

$$Z = \frac{p - \pi_0}{\sqrt{\pi_0(1 - \pi_0)}} = \frac{0,23 - 0,2}{\sqrt{0,2 \cdot 0,8/500}} \approx 1,677$$



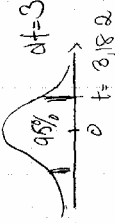
ens. pv = 95,55%
 $\alpha = 5\% \Rightarrow H_0 \text{ accept.}$

\Rightarrow det är inte mindre än 20% av den vuxna befolkningen i huvudstadsregionen som följer med nyheterna på den gamla kanalen.

2) $X =$ mängden dryck, $X \sim N$

$n = 4 \Rightarrow \bar{X} = 0,51, S = 0,01135529$

$$a) 95\% \text{ s konf. int. för } \mu = \bar{X} \pm t \cdot S_{\bar{X}} = 0,51 \pm 3,182 \cdot \frac{0,11}{\sqrt{4}} = 0,51 \pm 0,178 = (0,49, 0,53)$$



Det finns i medeltal 0,49-0,53 l per flaska. Detta estimat är korrekt med sannolikheten 95%

b) $n = 20$

$$\Rightarrow 0,51 \pm 2,093 \cdot \frac{0,11}{\sqrt{20}} = 0,51 \pm 0,0052 = (0,505, 0,515)$$

3) a) matchade par p.g.a. att samma köttstycken mätts med varierande metoder

b) $H_0: \mu_A = 0$
 $H_1: \mu_A \neq 0$
 $\bar{X}_A = 30,055$
 $\bar{X}_B = 30,095$
 $d_{\text{diff}} = 0,04, t = 0,275, \text{ ens. pv} = 78,7\%$
 $\Rightarrow H_0 \text{ accept} \Rightarrow \text{ingen sign. skillnad}$

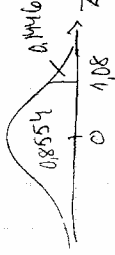
4) $\pi =$ andelen som har god vändning

$TV \leq 2h: n_1 = 730, p_1 = \frac{101}{730} \approx 0,1384$
 $TV > 2h: n_2 = 250, p_2 = \frac{28}{250} \approx 0,112$

$$H_0: \pi_1 - \pi_2 = 0 \quad p = \frac{101 + 28}{730 + 250} = \frac{129}{980} \approx 0,1316$$

$H_1: \pi_1 - \pi_2 \neq 0$

$$Z = \frac{(p_1 - p_2) - D_0}{\sqrt{p(1-p)(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2})}} = \frac{(\frac{101}{730} - \frac{28}{250}) - 0}{\sqrt{\frac{129}{980} \cdot \frac{851}{980} (\frac{1}{730} + \frac{1}{250})}} \approx 1,06$$



ens. pv = 14,46%

$\text{kras. pv} = 28,92\% \Rightarrow H_0 \text{ accept}$
på 5% s signiväs \Rightarrow konditionen påverkas inte av TV-tittande.

5) Sannolikt har följande fel uppstått:

a) Undertäckning - urvalet är helt enbart bland de som hade telefon eller bil år 1936

Bortfallsfel - endast 2,3 milj. av 10 milj. svarade, vilket kan snedvrida resultatet

b) Undertäckning - patienter vid en sex-räddningsbyrå är inte en representativ population för alla hem (målpopulation). Desuden är könsfördelningen där

c) bristande validitet - testet är inte ett lämpligt mätverktyg för att gälla lämpliga sökare från olämpliga (reliabiliteten är däremot ok - samma resultat vid upprepade mätningar \Rightarrow motstår Shrapers invariant)

Provtexten får bortföras.

Varje fråga är värd max. 6 poäng.

1. Förklara kort och koncist följande begrepp:
 - a) Urvalsfel (sampling error)
 - b) Signifikansnivå
 - c) Obundet slumpmässigt urval

2. Anta att medeltalet i ett stickprov är 10, stickprovsstandardavvikelsen 5 och stickprovsstorleken 64.
 - a) Bilda ett 99 % konfidensintervall för populationens medelvärde.
 - b) Förklara vad konfidensintervallet i a) anger.
 - c) Testa $H_0: \mu=9$ mot $H_1: \mu \neq 9$. Använd signifikansnivå 10 %.

3. TOBALK är ett projekt där niondeklassisternas användning av bl.a. tobak, alkohol och narkotika estimeras med ett slumpmässigt valt stickprov av elever som besvarar en enkät.

I stickprovet år 1999 ingick 100 elever varav 20 angav att de snusade mer eller mindre regelbundet. År 2005 gjordes undersökningen på nytt. Även denna gång ingick 100 elever i stickprovet varav 35 snusade. Kan man påstå att andelen snusande ungdomar ökat signifikant trots att snusförsäljning i Finland totalförbjöds redan år 1995? Använd signifikansnivå 5 %.

4. Ett företag ville veta om verksamhet som upprätthåller arbetsförmågan (s.k. tyky-verksamhet) skulle minska antalet sjukfrånvarodagar.

De anställda vid en av företagets avdelningar valdes för en pilotstudie. De 25 anställda fick besöka stadens motionshallar till ett subventionerat pris i sex månader. Innan experimentet hade de 25 anställda varit i genomsnitt 4,68 dagar sjukfrånvarande under en 6-månaders period. Under den 6 månader långa pilotstudien minskade antalet sjukfrånvarodagar till 3,92 arbetsdagar. Mera information om de 25 anställdas frånvarodagar finns i **bilaga 1** som innehåller en bristfällig SPSS utskrift. Testa på signifikansnivå 5 % om tyky-verksamheten hade önskad effekt.

5. Studera SPSS utskriften i **bilaga 2**. Datamaterialet består av den kommunala inkomstskatteprocentsatsen för 41 slumpmässigt valda kommuner i Finland. Tjugotre av kommunerna kunde klassas som små kommuner med mindre än 5000 invånare (grupp 0) medan den andra gruppen innehåller aderton stora kommuner med mer än 20000 invånare (grupp 1). Besvara följande frågor för en dubbelsidig hypotes utgående från beskrivningen ovan samt utskriften på nästa sida.
 - a) Beskriv kortfattat syftet med t-testet i bilaga 2.
 - b) Ange testets noll- och mothypotes.
 - c) Ange teststatistikans värde.
 - d) Ange testets p-värde samt beslutet gällande nollhypotesen. Välj lämplig signifikansnivå.

Bilaga 1

Paired Samples Statistics

		Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1	Innan pilotundersökningen	4,6800	25	1,49220	x
	Under pilotstudieperioden	3,9200	25	1,52534	x

Paired Samples Test

		Paired Differences					
		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	t	df	Sig. (2-tailed)
Pair 1	Innan pilotundersökningen - Under pilotstudieperioden	,76000	1,89912	x	x	24	x

Bilaga 2

Group Statistics

	storlek	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Skatt	,00	23	18,9022	,55257	,11522
	1,00	18	18,3056	,46618	,10988

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means		
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)
Skatt	Equal variances assumed	,373	,545	3,669	39	,001
	Equal variances not assumed			3,747	38,743	,001

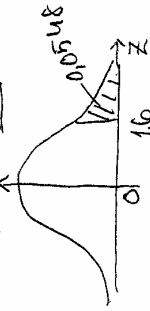
Modellösningar till FUK1-tentan 25.11.06

- 1) a) Urvalsfel = ett slumpmässigt fel som kan uppstå vid stickprovsundersökningar (då stickprovet p.g.a. slumpen ger snedvridet resultat). Beaktas med konfidenz- och signifikansnivåer
- b) signifikansnivå = sannolikheten att felaktigt förkastar H_0 (den maximala felrisken anges för ett hypotestest)
- c) obundet slumpmässigt urval = ett urval som väljs så att alla element har samma sannolikhet att väljas

- 2) $n = 64$ (> 30), $\bar{x} = 10$, $s = 5$
- a) 99%:s konf.int. för $\mu = \bar{x} \pm z \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$, $z_{0.995} = 2,5758$
 $\Rightarrow 10 \pm 2,5758 \cdot \frac{5}{\sqrt{64}} = 10 \pm 2,5758 \cdot 0,625 = 10 \pm 1,609 = (8,4, 11,6)$
- b) Anges att populationens medelvärde är mellan 8,4 och 11,6. Estimaten är korrekta med sannolikheten 99%.

- c) $H_0: \mu = 9$
 $H_1: \mu \neq 9$ tvås.

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} = \frac{10 - 9}{0,625} = 1,6$$



enc. pv = 5,48%

tvås. pv = 10,96%

$\Rightarrow H_0$ accept på 10%:s sign.nivå
 \Rightarrow medeltalet avviker inte signifikant från 9.

- 3) π = andelen 9:e-klassister som snusar

1999: $n_1 = 100$, $p_1 = \frac{20}{100} = 0,2$

2005: $n_2 = 100$, $p_2 = \frac{35}{100} = 0,35$

$p = \frac{20+35}{100+100} = \frac{55}{200} = 0,275$

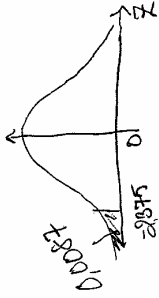
$H_0: \pi_1 - \pi_2 = 0$

$H_1: \pi_1 < \pi_2 \Rightarrow \pi_1 - \pi_2 < 0$

ens.

3 forts.

$$Z = \frac{(p_1 - p_2) - D_0}{\sqrt{SP_1 - P_2}} = \frac{(0,2 - 0,35) - 0}{\sqrt{0,275 \cdot 0,725 \cdot \left(\frac{1}{100} + \frac{1}{100}\right)}} = -2,1375$$



ens. pv = 0,87%

$\Rightarrow H_0$ förk. på 5%:s sign.nivå
 \Rightarrow andelen snussande ungdomar har ökat signifikant

- 4) X = antal färvardagar

$n = 25$ \rightarrow före \rightarrow efter } matchade par (beroende grupper)

\Rightarrow diff = före - efter
Helt stickprov. Antar att antalet färvardagar är normalfördelade.

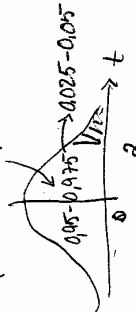
$\bar{x}_d = 0,76$, $s_d = 1,89912$

$H_0: \mu_d = 0$

$H_1: \mu_d > 0$ (före $>$ efter)
ens.

$$t = \frac{\bar{x}_d - D_0}{s_d/\sqrt{n}} = \frac{0,76 - 0}{1,89912/\sqrt{25}} = 2$$

$df = n - 1 = 24$



ens. pv = 2,5 - 5%

$\Rightarrow H_0$ förk. på 5%:s sign.nivå

\Rightarrow tids- och verkssamheten har minskat för färvardagarna

- 5) a) Syfte: att testa om inkomstskatteprocenten i medeltal avviker mellan stora och små kommuner

b) $H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$, $H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq 0$ tvås.

c) $t = 3,669$ används eftersom σ_1^2 och σ_2^2 onl. F-testet är lika

d) tvås. pv = 0,001 = 0,1% $\Rightarrow H_0$ förkastas t.o.m. på 1%:s sign.nivå
 \Rightarrow inkomstskattorna avviker i medeltal (högre i små kommuner)

Provtexten får bortföras.

Del 1

Varje fråga är värd max. 6 poäng. För godkänd tentamen krävs minst 15 poäng (inkl. bonus). Deltenten är i kraft t.o.m. 22.4.2006.

1. Ett större evenemang skall ordnas i staden och det behövs en uppskattning av antalet personer som kommer att delta i evenemanget. Om mer än 20 % av invånarna i staden med omnejd deltar i evenemanget måste tilläggsbussar sättas in.

För att kunna estimeras andelen deltagare togs ett slumpmässigt stickprov bland invånarna i staden med omnejd, $n=150$. Av de tillfrågade uppgav 26 % att de kommer att delta i evenemanget. Beslutet om det skall sättas in extra bussar tas utgående från ett hypotestest på stickprovsresultatet, $\alpha = 5\%$.

a) Hur skulle hypoteserna se ut i detta test (välj rätt alternativ):

(1) $H_0: \pi = 0,2$

(2) $H_0: \pi = 0,26$

(3) $H_0: \pi = 0,2$

(4) $H_0: \pi = 0,2$

$H_1: \pi \neq 0,2$

$H_1: \pi < 0,26$

$H_1: \pi > 0,2$

$H_1: \pi = 0,26$

b) Utför testet. Vilket är beslutet (tilläggsbussar eller inte)?

c) Vad innebär det om H_0 kan förkastas på 5 %:s signifikansnivå? Välj alternativ:

(1) Det är 95%:s sannolikhet att det sätts in extra bussar i onödan.

(2) Det är 5%:s sannolikhet att det de facto skulle ha behövts extra bussar.

(3) Det är 5%:s sannolikhet att det sätts in extra bussar i onödan.

2. Enligt SEFE:s färskas löneundersökning är ekonomers medellön 4644 euro/mån (*Pressmeddelande 25.1.2006*). Detta är ett aritmetiskt medeltal av de löner som över 5850 av SEFE:s medlemmar uppgett i en enkät för år 2005.

Använd resultatet för att estimeras medellönen för ekonomer år 2005 med ett 95 %:s konfidensintervall (du kan använda $n=5850$). Tolka innebörden av det erhållna intervallet.

3. I förra FUM-tenten 28.1.2006 ingick det en uppgift (uppg.4) där t-test för oberoende grupper använts och en uppgift (uppg.3) där t-test för matchade par använts. Båda uppgifterna var i övrigt lika med SPSS-utskrifter över de gjorda testen, som skulle tolkas. 18 tentander svarade på båda uppgifterna. Deras poäng för vardera uppgiften finns i **tabell 1** i bilagan på nästa sida.

Kan man påstå att poängen skiljer sig signifikant mellan uppgifterna (att FUM-tentander behärskar bättre någondera testtypen)? Tolka SPSS-utskriften i **tabell 2**. Ditt svar skall innehålla hypoteser, motivering till val av testmetod, medeltal, testvärde och p-värde för test av skillnad i poäng, samt slutsats och tolkning av resultatet.

4. Under presidentvalskampanjens andra omgång gjorde Finlands Gallup två undersökningar om kandidaterna Niinistö och Halonens popularitet. I undersökningen som gjordes 16-17.1 var Niinistö understöd 47 % ($n=1000$), medan det i undersökningen en vecka senare 24-25.1 var 49 % ($n=1300$). Testa om man kan dra slutsatsen att Niinistö understöd hade ökat under veckan mellan undersökningarna. Välj lämplig signifikansnivå för ditt test.

5. Svara kort och konkret på följande frågor

a) Varför skall en estimator vara konsistent?

b) Mätfel kan bl.a. uppstå om mätverktyget inte är reliabelt. Vad menas med detta?

c) Varför är ett självurval inte ett slumpmässigt urval?

d) Nämn tre motiv till stickprovsundersökning i stället för totalundersökning. Förklara kort varför.

Bilaga

Tabell 1

Case Summaries^a

	uppgift 3: matchade_par	uppgift 4: ober. grupper
1	6,0	5,5
2	1,0	4,0
3	6,0	4,0
4	5,0	5,5
5	4,0	6,0
6	6,0	5,0
7	5,0	5,5
8	2,0	1,0
9	5,0	4,0
10	5,5	5,5
11	4,5	4,0
12	3,0	1,0
13	3,0	3,0
14	5,5	5,5
15	1,5	5,5
16	4,0	1,0
17	,0	2,0
18	5,0	4,5
Total N	18	18

a.

Tabell 2

Paired Samples Statistics

	Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1 matchade_par	4,000	18	1,8471	,4354
oberoende_grupper	4,028	18	1,7276	,4072

Paired Samples Correlations

	N	Correlation	Sig.
Pair 1 matchade_par & oberoende_grupper	18	,502	,034

Paired Samples Test

		Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)
		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference				
					Lower	Upper			
Pair 1	matchade_par - oberoende_grupper	-,0278	1,7862	,4210	-,9160	,8605	-,066	17	,948

Lycka till!

Modellösningar till FUM-teman 18.2.06

1) π = andelen deltagare vid ett evenemang

$$n = 150, p = 0,26$$

a) (3) $H_0: \pi = 0,2$

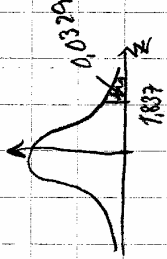
$H_1: \pi > 0,2$ ens. test

$$b) \bar{z} = \frac{p - \pi_0}{\sigma_p} = \frac{0,26 - 0,2}{\sqrt{\frac{0,2 \cdot 0,8}{150}}} = 1,837$$

ens. pv $\approx 3,3\%$

$\Rightarrow H_0$ förk. på 5%:s sign.nivå \Rightarrow sätt in tillägsbussar

c) (3) extra bussar i anslutning



2) $\bar{X} = 4644 \text{ €/mån}$, $n = 5850$, s (sättnader i uppgiften av misstag)

$$95\% \text{:s konfint. för } \mu = \bar{x} \pm z \cdot \frac{s}{n} = 4644 \pm 1,96 \cdot \frac{5}{5850}$$

Detta estimat är korrekt med sannolikheten 95%

De som gett svaret på uppgift 1 i ovan given form (inlåtning) har fått 6 poäng för uppgiften. Även delpoäng har erhållits.

P.g.a. att lösningsintervallet inte gick att bestämma utan 5 (vilket många påpekat), har slutpoäng för tenten räknats p.g.a. de fyra övriga uppgifterna (omskatterade med 30). Den poängsumman som är högre (med eller utan uppgift 2) är den som gäller.

3)

skillnad mellan poäng i uppgifterna.

Noterade per p.g.a. att vi kan jämföra

poängen per tentand. $n = 18$ (130) \Rightarrow antar att poängen är normalfördelade.

$$H_0: \mu_d = 0$$

$$H_1: \mu_d \neq 0$$
 tvås. test

$$\bar{x}_3 = 4, \bar{x}_4 = 4,028$$

$$\bar{x}_d = -0,028$$

$$t = -0,066, \text{ tvås. pv} = 0,948$$

$\Rightarrow H_0$ accept. på 5%:s sign.nivå \Rightarrow ingen skillnad i poäng.

4)

$$n_1 = 1000, p_1 = 0,47$$

$$H_0: \pi_1 = \pi_2$$

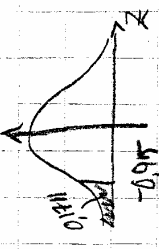
$$n_2 = 1300, p_2 = 0,49$$

$$H_1: \pi_1 < \pi_2, \text{ öket (ens.)}$$

$$Z = \frac{(p_1 - p_2) - 0}{\sqrt{p(1-p) \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}}$$

$$p = \frac{0,47 \cdot 1000 + 0,49 \cdot 1300}{1000 + 1300} = \frac{1107}{2300} \approx 0,4813$$

$$= \frac{(0,47 - 0,49) - 0}{\sqrt{0,4813 \cdot 0,5187 \left(\frac{1}{1000} + \frac{1}{1300} \right)}} \approx -0,95$$



ens. pv $\approx 17,11\% \Rightarrow H_0$ accept. på 5%:s sign.nivå \Rightarrow Ministör understöd hade inte ökat signifikant under veckan.

5)

a) Om en estimator är konstant kan estimatorns exaktitet förbättras genom att öka n

b) Mätavvikelsen är reliabel om det motstår slumpens inverkan. Detta är en förutsättning för att inte fel i mätningarna skall uppstå.

c) Själval ut innebär att initiativet till att ingå i ett stickprov kommer från respondenten själv. Ett slumpm. urval där alla i målpopulationen har en positiv sannolikhet att väljas gäller inte de tekn. de diskuteras kommer att ha sannolikheten att ingå i stickprovet.

d) Nämn 3 av följande: 1) Resurstäga 2) praktisk genomförbarhet 3) destruktiva följder 4) tillräckligt (med korta förklaringar)

Provtexten får bortföras.

Varje fråga är värd max. 6 poäng. För godkänd tentamen krävs minst 15 poäng (inkl. bonus). Deltenten är i kraft t.o.m. 28.1.2006.

6. a) Enligt statistikcentralen röstade år 1917 69.2 % av de röstberättigade i Finland vid riksdagsvalet. Vid riksdagsvalet år 2003 var andelen 69.6 %. Är det korrekt att påstå att valdeltagandet år 2003 varit högre än vid valet 1917? Motivera kort ditt svar.
- b) Samlingspartiet ville veta andelen av de röstberättigade i Finland som tänker rösta på Sauli Niinistö vid kommande presidentval. Oy Optimal Gallup Ab (OG) gavs till uppgift att utföra undersökningen. OG genomförde undersökningen via telefonintervjuer under en period på två veckor. Tjugotusen hemtelefonnummer (mobila anslutningar uteslöts) valdes slumpmässigt, varefter intervjuarna kontaktade dessa under vardagar klockan 9.00-12.00. Då 1800 svar hade erhållits ansåg OG att stickprovet är tillräckligt omfattande för en tillförlitlig punktestimat. Vilka typer av fel kan ha uppstått vid stickprovsundersökningen? Förklara och motivera kort (uppdelat svaret i punkter)!
7. I en undersökning som utfördes 1975 studerades finländarnas konsumtionsvanor, bl.a. hur mycket pengar som användes för inköp av kläder. Ett 95% konfidensintervall beräknades för medeltalet. Antag att en motsvarande undersökning skulle utföras idag. Hur skulle de olika förändringarna nedan (a, b och c) påverka konfidensintervallets bredd jämfört med resultatet från år 1975. Blir intervallet smalare eller bredare? Motivera dina svar noggrant.
- a) Medeltalet är oförändrat men standardavvikelsen har minskat.
 - b) Standardavvikelsen och medeltalet är oförändrade men istället används ett 99% konfidensintervall.
 - c) Standardavvikelsen och medeltal är oförändrade men stickprovsstorleken fördubblas.
8. För att estimerar valdeltagandet vid kommande riksdagsval (2007) intervjuades 1050 slumpmässigt valda röstberättigade varav 714 ämnade rösta vid kommande val. Beräkna ett 92 % konfidensintervall för det förväntade valdeltagandet år 2007. Tolka intervallets innebörd!
9. Vägverket beslöt införa hastighetsbegränsningar vid tio slumpmässigt valda korsningar för att testa effekten av en viss säkerhetsåtgärd. Topphastigheten vid dessa korsningsområden sänktes från tidigare 80 km/h till 60 km/h. Nedan presenteras antalet korsningsolyckor vid de berörda korsningarna ett år före och efter åtgärden. Kan vägverket påstå att antalet olyckor minskat signifikant efter att topphastigheten sänktes? Skriv ut noll- och mothypotes och testa på 1 %:s signifikansnivå.

	Antalet korsningsolyckor									
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Hastighet 80 km/h	5	7	6	4	8	9	8	10	7	6
Hastighet 60 km/h	3	7	7	2	4	6	8	3	4	4

10. Ett företag önskar lansera en ny babymat på marknaden. Företaget hade tillverkat två babyrätter, A och B, varav den ena skall lanseras.
- För att undersöka om det finns signifikanta skillnader i produkterna gällande smak genomfördes en undersökning. I undersökningen deltog 70 slumpmässigt valda "hungriga" bebisar (3-6 månader gamla), varav 38 stycken åt babymat A och 32 stycken babymat B. Eftersom babyn inte kan tala, beräknades hur många minuter det tar för en baby att äta en portion. Man antog att maten smakar gott om babyn äter maten raskt.

En analys av materialet finns i SPSS-utskriften i bilagan nedan. Besvara följande frågor utgående från texten ovan och utskriften.

- Ange noll- och mothypotes.
- Ange teststatistikans värde.
- Ange testets p-värde samt beslutet gällande nollhypotesen. Välj lämplig signifikansnivå.

Om syftet med undersökningen varit att testa om babymat A är godare än B:

- Ange noll- och mothypotes
- Vad är ditt beslut angående nollhypotesen i d-fallet? Använd signifikansnivå 1 %.

Bilaga

T-Test

Group Statistics

	Babymat	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Minuter	a	38	6.50	1.538	.249
	b	32	7.28	1.301	.230

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
									Lower	Upper
Minuter	Equal variances assumed	1.175	.282	-2.270	68	.026	-.781	.344	-1.468	-.094
	Equal variances not assumed			-2.303	67.997	.024	-.781	.339	-1.458	-.104

Modelleringar till tittu-tenten 26.11.08

- 1a) Det är korrekt att påstå att valdeltagande var högre år 2003 än 1917, p.q.e. att det var ett resultat för hela populationen (inget stickprovresultat).
- b) * Täckningsfel - man väljer stickprovet endast bland dem som har fasta telefonlinjer \Rightarrow under täckning
- * Bortfallet - endast svar av sådana som är hemma (svaret) under obekant \Rightarrow snedvridet resultat
- * urvalsfel - kan alltid uppstå då det är frågan om en stickprovsundersökning

2) 95%:s konf. intervall för μ : $\bar{X} \pm Z \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$

t: fall stickprovet är litet

- a) $\bar{X}_{05} = \bar{X}_{75}, s_{05} < s_{75}$
 \Rightarrow smalare intervall eftersom $Z \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$ minskar
- b) $\bar{X}_{05} = \bar{X}_{75}, s_{05} = s_{75}, 99\% \Rightarrow Z$ ökar $\Rightarrow Z \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$ ökar
 \Rightarrow breddare intervall
- c) $\bar{X}_{05} = \bar{X}_{75}, s_{05} = s_{75}, n_{05} > n_{75} (n_{05} = 2 \cdot n_{75})$
 $\Rightarrow Z \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$ minskar \Rightarrow smalare intervall

3) π = andelen som kommer att rösta

$$n = 1050 \Rightarrow p = \frac{714}{1050} = 0,68$$

$$92\%:s \text{ konf. int. för } \pi: \bar{p} \pm Z_{096} \cdot \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$$

$$= 0,68 \pm 1,7507 \cdot \sqrt{\frac{0,68 \cdot 0,32}{1050}} = 0,68 \pm 0,0252$$

= (0,655; 0,705) \Rightarrow valdeltagandet är mellan 65,5 och 70,5%
 Detta estimat är korrekt i 92% av fallen.

4)

X = antal dyckor

$n = 10$ försökningar $\left\{ \begin{array}{l} \text{före} \\ \text{etter sänkning} \end{array} \right\} \Rightarrow$ matchade par
 Antar att antal dyckor är normalfördelade.

försökning	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Före	5	7	6	4	8	9	8	10	7	6
Efter	3	7	7	2	4	6	8	3	4	4
Diff	2	0	-1	2	4	3	0	7	3	2

$$\bar{X}_d = 2,2, s_d = 2,299758$$

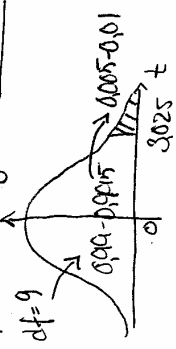
$H_0: \mu_d = 0$ (ingen förändring)

$H_1: \mu_d > 0$ (antal dyckor var flera före sänkningen \Rightarrow minstast)

ens. test

$$t = \frac{\bar{X}_d - D_0}{s_{\bar{X}_d}} = \frac{2,2 - 0}{2,299758 / \sqrt{10}} = 3,025$$

ens. $p.v. = 0,5 - 1\% \Rightarrow H_0$ förkastas \Rightarrow antalet dyckor har minskat signifikant efter sänkningen av hastigheterna



5) X = antal minuter att äta en portion

$$n_A = 38, n_B = 32 \Rightarrow$$
 oberoende stickprov

a) $H_0: \mu_A - \mu_B = 0$ (ingen skillnad)

$H_1: \mu_A - \mu_B \neq 0$ (skillnad)

tvärs. test

b) Då $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ (F-testets resultat)

är $t = -2,27$

(Här vi bestämmer att både n_A och $n_B > 30$ kan teststatistiken $Z = -2,303$ användas)

c) $H_0: p.v. = 2,6\%$ för t-testet

(från Z-tabellen: $H_0: p.v. = 2,14\%$)

$\Rightarrow H_0$ förkastas på 5%:s sign. nivå (inte på 1%)
 \Rightarrow skillnad i testymternas

c) ens. $p.v. = 1,3\% \Rightarrow H_0$ accept.

$\alpha = 1\%$

\Rightarrow Baby mat A och B är lika bra

d) $H_0: \mu_A - \mu_B = 0$

$H_1: \mu_A - \mu_B < 0$ ($\mu_A < \mu_B$)

Provtexten får bortföras.

Del 1

Varje fråga är värd max. 6 poäng. För godkänd tentamen krävs minst 15 poäng (inkl. bonus). Deltentan är i kraft t.o.m. 30.4.2005.

1. Förklara kort (också grafiskt) vad som menas med en
a) väntevärdesriktig, **b)** effektiv och **c)** konsistent estimator.
2. Ett stickprov omfattande 10 unga vuxna män (20-30 år gamla) togs slumpmässigt. Var och en av dessa frågades hur många minuter per dag de ser sportprogram på TV. Deras svar var:

15 48 65 74 66 37 45 68 64 55

Estimera med ett 95 %:s konfidensintervall den genomsnittliga tid unga vuxna män ser sportprogram på TV per dag. Tolka innebörden av det erhållna intervallet.

3. I en undersökning gällande andelen positivt inställda (π) till ett ombygge av Malms flygfält till bostadsområde, frågas 300 slumpmässigt valda personer om deras åsikt. Vi betecknar den erhållna andelen positivt inställda i stickprovet med p .

För att testa $H_0: \pi=0,5$ räknades teststatistikan $z = \frac{p - \pi_0}{s_p}$ ut, och värdet -1,75 erhöles.

Hur stort är probvärdet (en- eller tvåsidigt beroende på mothypotesen) om mothypotesen är:

a) $H_1: \pi < 0,5$ **b)** $H_1: \pi \neq 0,5$ **c)** $H_1: \pi > 0,5$

Kan H_0 förkastas i något av fallen om testet utförs på 5 %:s signifikansnivå?

Vilken slutsats kan man dra om andelen positivt inställda?

4. Försäkringsbolag tar flera faktorer i beaktande då de fastställer avgifterna för sina försäkringar. Vid bilförsäkringar påverkar t.ex. förarens ålder, civilstånd och körda kilometer olycksfallsbenägenheten. För att undersöka könets eventuella effekt på bilolyckor tas ett slumpmässigt stickprov av både kvinnliga och manliga förare, vilka tillfrågas hur mycket de kör per år (1000 km/år). Följande resultat erhöles:

Group Statistics

		N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
körda_1000km	man	100	16,5048	4,62581	,46258
	kvinnor	100	15,5790	4,66968	,46697

Tyder resultatet på att män kör mera än kvinnor? Testa med lämpligt test. Vad är din slutsats?

5. En forskare vill estimerar medelåldern på en skidort i Lappland under sportlovsveckan i februari. Det finns ingen förteckning över alla de personer som finns på orten under den aktuella veckan.

Vilket/vilka av följande tillvägagångssätt är i denna situation möjliga, för att erhålla ett slumpmässigt urval? Svara för vart och ett av alternativen JA eller NEJ, samt motivera de nekande svaren kort.

- a) Obundet slumpmässigt urval
- b) Självurval
- c) Stratifierat slumpmässigt urval
- d) Klusterurval
- e) Systematiskt slumpmässigt urval

Lycka till!

Modellering till Fyll-tenten 12.2.05

- 1) a) b. är en väntevärderiktig estimator av β om $E(b) = \beta$
- b) b är en effektiv estimator av β om den har minsta variansen
- c) b är konsistent om den med växande n närmar sig β

- 2) x = ser på sportprogram $n = 10 \Rightarrow \bar{x} = 53,7 \text{ min}, s = 17,91 \text{ min}$
 95% konf. int. för $\mu = \bar{x} \pm t \cdot s/\sqrt{n}$, förutsatt att $x \sim N$
 $t_{0,975}(9) = 2,262 \Rightarrow 53,7 \pm 2,262 \cdot \frac{17,91}{\sqrt{10}} = 53,7 \pm 12,8 = (40,9; 66,5)$
 Ungarna när var i genomsnitt på sportprogram 41-66,5 min/dag.
 Estimatet är korrekt i 95% av fallen.

- 3) π = andelen positivt inställda, $z = -1,75$
 $H_0: \pi = 0,5$
- a) $H_1: \pi < 0,5$
 $\Rightarrow \text{ens. pv} = 4\%$
- b) $H_1: \pi \neq 0,5$
 $\Rightarrow \text{tvärs. pv} = 8\%$
- c) $H_1: \pi > 0,5$
 $\Rightarrow \text{ens. pv} = 96\%$

H_1 kan förkastas i a, men inte i b och c, på en 5%:s sign. nivå \Rightarrow andelen positivt inställda är under 0,5

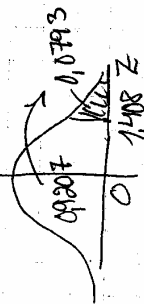
- 4) x = körda 100-km-fär
 $n_1 = 100, \bar{x}_1 = 16,5048, s_1 = 4,62581$
 $n_2 = 100, \bar{x}_2 = 15,5790, s_2 = 4,66968$

1) stora stickprov
 2) oberoende grupper
 (3) behövs inte testa $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$

$H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$
 $H_1: \mu_1 - \mu_2 > 0$ (männen kör mer)

ens

$$Z = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - D_0}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} = \frac{(16,5048 - 15,5790) - 0}{\sqrt{\frac{4,62581^2}{100} + \frac{4,66968^2}{100}}} = 1,408$$



ens. pv = 7,93%
 $\Rightarrow H_0$ accept. på en 5%:s sign. nivå
 \Rightarrow ingen sign. skillnad i antal körda km mellan män & kvinnor

- 5) Vill estimerade medelvärderna på en skidort, med ett slumpmässigt stickprov. Finns ej förteckning!
- a) Obundet sl. urval: för att kunna "lotta ut" ett slumpmässigt antal personer behövs en förteckning (N) \Rightarrow nej
- b) Självurval = inte ett slumpmässigt urval \Rightarrow nej
- c) Stratifierat urval: behövs kännedom om N för att kunna "lotta ut" ur varje grupp \Rightarrow nej
- d) Klusterurval: kan indela orten i "stugbyar" och välja slumpmässigt några "byar" vilka undersöks som helhet \Rightarrow ja
- e) Systematiskt slumpmässigt urval: behövs kännedom om N \Rightarrow nej