Ekonomisk matematik och statistik (EMS)
Statistik 9.11.2013

Provtexten får bortföras.

Skrivtid: 4h
Hjälpmedel: kalkylator, handskriven namnförsedd stödlapp (A5) som lämnas in med tenten

LÄS FÖRST DETTA:

➤ *BESVARA UPPGIFT 1 SAMT TRE AV UPPGIFTERNA 2-5 (TOTALT FYRA UPPGIFTER)! Om du besvarat 5 frågor fälls den sista i ordningen bort från bedömningen.*

➤ *Besvara var och en av de fyra uppgifterna på en egen sida = 4 sidor = 1 ark. ANVÄND EXTRA ARK ENDAST SOM KLOTTPAPPER.*

➤ *Alla svar skall innehålla motiveringar, uträkningar eller uppställningar. Ange tydligt ditt slutliga svar genom att strecka under det.*

➤ *Varje uppgift ger max 10 poäng. För godkänd tent krävs minst 20 poäng.*

➤ *Om du skall delta i FUM-kursen skriv "FUM" synligt överst på ditt papper, så att ditt resultat GENAST kan registreras i Oodi.*

1. (Besvaras av alla)
I en population är såväl kvinnors som mäns längder normalfördelade. Kvinnorna är i genomsnitt 168 centimeter långa medan männen i genomsnitt är 178 cm. För både män och kvinnor är standardavvikelsen 6 cm.

a) Hur stor är sannolikheten att en slumpmässigt vald kvinna är mellan 160 och 170 centimeter lång?
b) En man och en kvinna väljs slumpmässigt, hur stor är sannolikheten att kvinnan är längre än mannen?
(Notera att för skillnader gäller att: $\mu_{x1-x2} = \mu_{x1} - \mu_{x2}$ och $\sigma^2_{x1-x2} = \sigma^2_{x1} + \sigma^2_{x2}$.)

2. Johan är ute och fiskar och han får i genomsnitt två abborrar per timme. Antalet fångade abborrar per tidsenhet kan approximeras med en Poissonfördelning.

a) Hur stor är sannolikheten att Johan får minst två abborrar under en timme?
b) Hur stor är sannolikheten att Johan får minst två abborrar under två timmar?
c) Ange väntevärde och varians för antalet fångade abborrar under fyra timmar.

3. Ordningsreglerna för ett husbolag säger att man får ha högst en hund och en katt per hushåll. Av de 50 hushållen i bolaget har 25 en hund, 7 har både en katt och en hund och 18 har varken en katt eller en hund. Om man slumpmässigt väljer ut ett hushåll, hur stor är sannolikheten att hushållet har

a) en katt?
b) en hund men ingen katt?
c) en katt eller en hund men inte båda?

4. Ett företag har produktionseneheter i två olika städer. I frekvenstabellen nedan ser du de heltidsanställdas lönefördelning.

Månadslön	Frekvens, enhet Kemi	Frekvens, enhet Salo
Mindre än 2500	0	10
2500 – 2699,99	3	16
2700 – 2899,99	10	33
2900 – 3099,99	43	97
3100 – 3299,99	69	120
3300 – 3499,99	93	136
3500 – 3699,99	111	150
3700 – 3899,99	129	100
3900 – 4099,99	120	42
4100 – 4299,99	60	20

Besvara följande frågor, motivera kort dina svar.

a) Vilken enhet har högst medellönen? Hur hög är den?
b) Vilken enhet har högst medianlön? Hur hög är den?
c) Vilken enhet har högst typvärde för månadslönen? Hur hög är den?

5. En turist har gjort upp en lista över tio sevärdheter han vill besöka, men han märker att han bara har tid att besöka sex av dem. På hur många olika sätt kan detta göras,

a) om man beaktar i vilken ordning sevärdheterna besöks?
b) om man inte beaktar i vilken ordning sevärdheterna besöks?

Anta ytterligare att sex av sevärdheterna finns i stad A medan fyra finns i stad B och vår turist bestämmer sig för att se tre sevärdheter i vardera staden.

c) På hur många olika sätt kan detta göras om han först besöker sevärdheterna i stad A, sedan sevärdheterna i stad B? Ange svar både med och utan att beakta ordningsföljden.

Lägesmått för stickprov

- *Modus*: Mo = typvärde = värdet med den största frekvensen f(x)
- *Median*: Md = värdet på den mittersta observationen i ett storleksordnat material. Om antalet observationer är jämnt, är Md ett genomsnitt av de två mittersta värdena.
- *Medelvärde*: $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n}$

I klassindelat material används i regel klassmittarna i respektive klass vid beräkning av lägesmåtten:

- *Modus:* Mo = klassmitten i klassen med största frekvens,
- *Median:* Md = klassmitten i klassen där den "mittersta" observationen finns i det storleksordnade materialet, d.v.s. där P(x) kommer upp till 50%
- *Medelvärde:* $\bar{x} = \frac{\sum_k f_k x_k}{n}$ =summan av klassmittarna x_k vägda med respektive klassfrekvens f_k

Spridningsmått för stickprov

- *Kvartilavvikelse:* $Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$ = ett halvt kvartilavstånd $Q_3 - Q_1$ => medelavståndet mellan värdena på de observationer för vilka P(x)=25% och P(x)=75% i ett storleksordnat material.
- *Variationsvidd, variationsbredd* (eng. range): $R = x_{max} - x_{min}$
- *Standardavvikelse*: $s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$. *Varians*= s^2

I klassindelat material används i regel klassmittarna i respektive klass vid beräkning av spridningsmåtten:

- *Kvartilavvikelse:* Q = det genomsnittliga avståndet mellan klassmittarna i de klasser där Q_1 och Q_3 finns (se ovan).
- *Variationsvidd:* R anges i allmänhet som avståndet mellan de yttersta klassgränsema
- *Standardavvikelse:* $s = \sqrt{\frac{\sum_k f_k (x_k - \bar{x})^2}{n-1}}$ = summan av klassmittarnas kvadrerade avstånd från medelvärdet vägda med respektive klassfrekvens. *Varians* = s^2

Kombinatorik	Formel	På räknaren
Antal *permutationer* (ordningsföljder) av *n* element	$n! = n\cdot(n-1)\cdot(n-2)\cdot \ldots 1$	n!
Antal *permutationer av urval* (urval med ordningsföljd) då *r* element väljs ur en mängd av *n* element	$P_r^n = \frac{n!}{(n-r)!}$	nPr
Antal *kombinationer av urval* då *r* element väljs ur en mängd av *n* element (oberoende av ordning)	$C_r^n = \binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$	nCr
Antal *kombinationer av urval* då *r* element väljs ur en mängd av *n* element *med upprepning*	$C_r'^n = \frac{(n+r-1)!}{r!(n-1)!}$	nCr, där n ges värdet n+r-1

Union: P(A eller B eller båda) = $P(A \cup B) = P(A)+P(B)-P(A \cap B)$

Snitt: P(A och B) = $P(A \cap B)=P(A)P(B)$ om A och B är oberoende, annars: $P(A \cap B)=P(A)P(B|A)$.

Bayes sats: $P(A_1 \mid B) = \frac{P(A_1 \text{ och } B)}{P(B)} = \frac{P(A_1)P(B \mid A_1)}{P(A_1)P(B \mid A_1)+P(A_2)P(B \mid A_2)+\cdots+P(A_n)P(B \mid A_n)}$

Diskreta sannolikhetsfördelningar (allmänt)

En diskret stokastisk variabel *X* antar värden $x_1, x_2, \ldots, x_n$ med sannolikheterna $p_1, p_2, \ldots, p_n$.

- *Totalsannolikhet* $\sum_{i=1}^{n} P(X = x_i) = 1$
- *Väntevärde E(x):* $\mu = \sum_{i=1}^{n} P(X = x_i)\cdot x_i$
- *Varians V(x):* $\sigma^2 = \sum_{i=1}^{n} P(X = x_i)\cdot(x_i - \mu)^2$
- *Standardavvikelse* $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

Fördelning	Definitionsmängd	Diskret sannolikhet	Väntevärde	Varians
Binomial-fördelning	$X \sim \text{Bin}(n, \pi)$ $r = 0, 1, \ldots, n$	$P(X = r) = \binom{n}{r}\cdot\pi^r\cdot(1-\pi)^{n-r}$	$n\cdot\pi$	$n\cdot\pi\cdot(1-\pi)$
Hypergeo-metrisk fördelning	$X \sim \text{Hyp}(N, N_\pi, n)$ $r = 0, 1, \ldots, n$	$P(X = r) = \frac{\binom{N_\pi}{r}\cdot\binom{N-N_\pi}{n-r}}{\binom{N}{n}}$	$\mu = n\cdot\pi$ där $\pi = \frac{N_\pi}{N}$	$n\cdot\pi\cdot(1-\pi)\cdot\frac{N-n}{N-1}$ där $\pi = \frac{N_\pi}{N}$
Poisson-fördelning	$X \sim \text{Po}(\mu)$ $r = 0, 1, 2, \ldots$	$P(X = r) = e^{-\mu}\cdot\frac{\mu^r}{r!}$	μ	μ

Kontinuerliga sannolikhetsfördelningar (allmänt)

Om en kontinuerlig stokastisk variabel *X* är definierad i utfallsrummet $\Omega = [a, b]$, där delintervall utgör händelser, t.ex. $c \le X \le d$ där $[c,d] \in \Omega$, så gäller för dess täthetsfunktion *f(x)*:

- $f(x) \ge 0$ för alla *x*
- *Totalsannolikhet* $\int_a^b f(x)dx = 1$ då $x \in [a,b]$ (om $\Omega = \mathbb{R}$, så är $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$)
- *Fördelningsfunktion* $F(x) = P(X \le x) = \int_a^x f(t)\,dt$
- *Sannolikhet för en händelse* $P(A) = P(c \le X \le d) = \int_c^d f(x)\,dx = F(d) - F(c)$
- *Väntevärde E(x):* $\mu = \int_a^b f(x)\cdot x\,dx$ då $x \in [a,b]$
- *Varians V(x):* $\sigma^2 = \int_a^b f(x)\cdot(x-\mu)^2\,dx$ då $x \in [a,b]$
- *Standardavvikelse* $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

Fördelning	Definitionsmängd	Kontinuerlig sannolikhet (intervall)	Väntevärde	Varians
Normal-fördelning	$X \sim N(\mu, \sigma^2)$ $X \in \mathbb{R}$	Den kumulativa sannolikheten: $P(X \le x_0) = P(Z \le \frac{x_0 - \mu}{\sigma}) = \Phi(z_0)$ finns tabellförd på sista sidan.	μ	σ^2
Likformig fördelning	$X \sim U(a, b)$ $X \in [a,b]$	$P(c \le X \le d) = \frac{d-c}{b-a}$	$\frac{a+b}{2}$	$\frac{(b-a)^2}{12}$

4. Ett företag har produktionseneheter i två olika städer. I frekvenstabellen nedan ser du de heltidsanställdas lönefördelning.

Månadslön	Frekvens, enhet Kemi	Frekvens, enhet Salo
Mindre än 2500	0	10
2500 – 2699,99	3	16
2700 – 2899,99	10	33
2900 – 3099,99	43	97
3100 – 3299,99	69	120
3300 – 3499,99	93	136
3500 – 3699,99	111	150
3700 – 3899,99	129	100
3900 – 4099,99	120	42
4100 – 4299,99	60	20

Besvara följande frågor, motivera kort dina svar.

a) Vilken enhet har högst medellönen? Hur hög är den?
b) Vilken enhet har högst medianlön? Hur hög är den?
c) Vilken enhet har högst typvärde för månadslönen? Hur hög är den?

5. En turist har gjort upp en lista över tio sevärdheter han vill besöka, men han märker att han bara har tid att besöka sex av dem. På hur många olika sätt kan detta göras,

a) om man beaktar i vilken ordning sevärdheterna besöks?
b) om man inte beaktar i vilken ordning sevärdheterna besöks?

Anta ytterligare att sex av sevärdheterna finns i stad A medan fyra finns i stad B och vår turist bestämmer sig för att se tre sevärdheter i vardera staden.

c) På hur många olika sätt kan detta göras om han först besöker sevärdheterna i stad A, sedan sevärdheterna i stad B? Ange svar både med och utan att beakta ordningsföljden.

Lägesmått för stickprov

- *Modus*: Mo = typvärde = värdet med den största frekvensen f(x)
- *Median*: Md = värdet på den mittersta observationen i ett storleksordnat material. Om antalet observationer är jämnt, är Md ett genomsnitt av de två mittersta värdena.
- *Medelvärde*: $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n}$

I klassindelat material används i regel klassmittarna i respektive klass vid beräkning av lägesmåtten:

- *Modus:* Mo = klassmitten i klassen med största frekvens,
- *Median:* Md = klassmitten i klassen där den "mittersta" observationen finns i det storleksordnade materialet, d.v.s. där P(x) kommer upp till 50%
- *Medelvärde:* $\bar{x} = \frac{\sum_k f_k x_k}{n}$ =summan av klassmittarna x_k vägda med respektive klassfrekvens f_k

Spridningsmått för stickprov

- *Kvartilavvikelse:* $Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$ = ett halvt kvartilavstånd $Q_3 - Q_1$ => medelavståndet mellan värdena på de observationer för vilka P(x)=25% och P(x)=75% i ett storleksordnat material.
- *Variationsvidd, variationsbredd* (eng. range): $R = x_{max} - x_{min}$
- *Standardavvikelse*: $s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$. *Varians*= s^2

I klassindelat material används i regel klassmittarna i respektive klass vid beräkning av spridningsmåtten:

- *Kvartilavvikelse:* Q = det genomsnittliga avståndet mellan klassmittarna i de klasser där Q_1 och Q_3 finns (se ovan).
- *Variationsvidd:* R anges i allmänhet som avståndet mellan de yttersta klassgränsema
- *Standardavvikelse:* $s = \sqrt{\frac{\sum_k f_k (x_k - \bar{x})^2}{n-1}}$ = summan av klassmittarnas kvadrerade avstånd från medelvärdet vägda med respektive klassfrekvens. *Varians* = s^2

Kombinatorik	Formel	På räknaren
Antal *permutationer* (ordningsföljder) av *n* element	$n! = n\cdot(n-1)\cdot(n-2)\cdot \ldots 1$	n!
Antal *permutationer av urval* (urval med ordningsföljd) då *r* element väljs ur en mängd av *n* element	$P_r^n = \frac{n!}{(n-r)!}$	nPr
Antal *kombinationer av urval* då *r* element väljs ur en mängd av *n* element (oberoende av ordning)	$C_r^n = \binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$	nCr
Antal *kombinationer av urval* då *r* element väljs ur en mängd av *n* element *med upprepning*	$C_r'^n = \frac{(n+r-1)!}{r!(n-1)!}$	nCr, där n ges värdet n+r-1

Union: P(A eller B eller båda) = $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
Snitt: P(A och B) = $P(A \cap B) = P(A)P(B)$ om A och B är oberoende, annars: $P(A \cap B) = P(A)P(B|A)$.
Bayes sats: $P(A_1 \mid B) = \frac{P(A_1 \text{ och } B)}{P(B)} = \frac{P(A_1)P(B \mid A_1)}{P(A_1)P(B \mid A_1) + P(A_2)P(B \mid A_2) + \cdots + P(A_n)P(B \mid A_n)}$

Diskreta sannolikhetsfördelningar (allmänt)
En diskret stokastisk variabel *X* antar värden $x_1, x_2, \ldots, x_n$ med sannolikheterna $p_1, p_2, \ldots, p_n$.

- *Totalsannolikhet* $\sum_{i=1}^{n} P(X = x_i) = 1$
- *Väntevärde E(x):* $\mu = \sum_{i=1}^{n} P(X = x_i)\cdot x_i$
- *Varians V(x):* $\sigma^2 = \sum_{i=1}^{n} P(X = x_i)\cdot(x_i - \mu)^2$
- *Standardavvikelse* $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

Fördelning	Definitionsmängd	Diskret sannolikhet	Väntevärde	Varians
Binomial-fördelning	$X \sim \text{Bin}(n, \pi)$ $r = 0, 1, \ldots, n$	$P(X = r) = \binom{n}{r}\cdot \pi^r \cdot (1-\pi)^{n-r}$	$n\cdot\pi$	$n\cdot\pi\cdot(1-\pi)$
Hypergeo-metrisk fördelning	$X \sim \text{Hyp}(N, N_\pi, n)$ $r = 0, 1, \ldots, n$	$P(X = r) = \frac{\binom{N_\pi}{r}\cdot\binom{N - N_\pi}{n-r}}{\binom{N}{n}}$	$\mu = n\cdot\pi$ där $\pi = \frac{N_\pi}{N}$	$n\cdot\pi\cdot(1-\pi)\cdot\frac{N-n}{N-1}$ där $\pi = \frac{N_\pi}{N}$
Poisson-fördelning	$X \sim \text{Po}(\mu)$ $r = 0, 1, 2, \ldots$	$P(X = r) = e^{-\mu}\cdot\frac{\mu^r}{r!}$	μ	μ

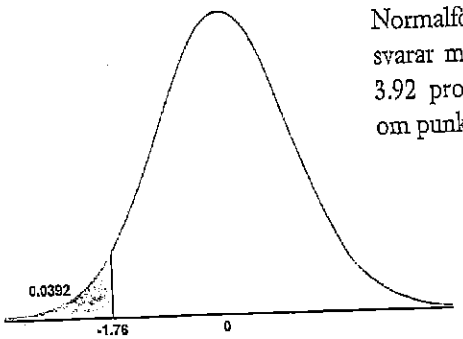
Kontinuerliga sannolikhetsfördelningar (allmänt)
Om en kontinuerlig stokastisk variabel *X* är definierad i utfallsrummet $\Omega = [a, b]$, där delintervall utgör händelser, t.ex. $c \le X \le d$ där $[c,d] \in \Omega$, så gäller för dess täthetsfunktion *f(x)*:

- $f(x) \ge 0$ för alla *x*
- *Totalsannolikhet* $\int_a^b f(x)dx = 1$ då $x \in [a,b]$ (om $\Omega = \mathbb{R}$, så är $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$)
- *Fördelningsfunktion* $F(x) = P(X \le x) = \int_a^x f(t)\,dt$
- *Sannolikhet för en händelse* $P(A) = P(c \le X \le d) = \int_c^d f(x)\,dx = F(d) - F(c)$
- *Väntevärde E(x):* $\mu = \int_a^b f(x)\cdot x\,dx$ då $x \in [a,b]$
- *Varians V(x):* $\sigma^2 = \int_a^b f(x)\cdot(x-\mu)^2\,dx$ då $x \in [a,b]$
- *Standardavvikelse* $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

Fördelning	Definitionsmängd	Kontinuerlig sannolikhet (intervall)	Väntevärde	Varians
Normal-fördelning	$X \sim N(\mu, \sigma^2)$ $X \in \mathbb{R}$	Den kumulativa sannolikheten: $P(X \le x_0) = P(Z \le \frac{x_0 - \mu}{\sigma}) = \Phi(z_0)$ finns tabellförd på sista sidan.	μ	σ^2
Likformig fördelning	$X \sim U(a, b)$ $X \in [a,b]$	$P(c \le X \le d) = \frac{d-c}{b-a}$	$\frac{a+b}{2}$	$\frac{(b-a)^2}{12}$

Normalfördelningstabell (negativa värden)

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
-3.4	0.00034	0.00032	0.00031	0.00030	0.00029	0.00028	0.00027	0.00026	0.00025	0.00024
-3.3	0.00048	0.00047	0.00045	0.00043	0.00042	0.00040	0.00039	0.00038	0.00036	0.00035
-3.2	0.00069	0.00066	0.00064	0.00062	0.00060	0.00058	0.00056	0.00054	0.00052	0.00050
-3.1	0.00097	0.00094	0.00090	0.00087	0.00084	0.00082	0.00079	0.00076	0.00074	0.00071
-3.0	0.00135	0.00131	0.00126	0.00122	0.00118	0.00114	0.00111	0.00107	0.00103	0.00100
-2.9	0.00187	0.00181	0.00175	0.00169	0.00164	0.00159	0.00154	0.00149	0.00144	0.00139
-2.8	0.00256	0.00248	0.00240	0.00233	0.00226	0.00219	0.00212	0.00205	0.00199	0.00193
-2.7	0.00347	0.00336	0.00326	0.00317	0.00307	0.00298	0.00289	0.00280	0.00272	0.00264
-2.6	0.00466	0.00453	0.00440	0.00427	0.00415	0.00402	0.00391	0.00379	0.00368	0.00357
-2.5	0.00621	0.00604	0.00587	0.00570	0.00554	0.00539	0.00523	0.00508	0.00494	0.00480
-2.4	0.00820	0.00798	0.00776	0.00755	0.00734	0.00714	0.00695	0.00676	0.00657	0.00639
-2.3	0.01072	0.01044	0.01017	0.00990	0.00964	0.00939	0.00914	0.00889	0.00866	0.00842
-2.2	0.01390	0.01355	0.01321	0.01287	0.01255	0.01222	0.01191	0.01160	0.01130	0.01101
-2.1	0.01786	0.01743	0.0170	0.01659	0.01618	0.01578	0.01539	0.01500	0.01463	0.01426
-2.0	0.02275	0.02222	0.02169	0.02118	0.02067	0.02018	0.01970	0.01923	0.01876	0.01831
-1.9	0.02872	0.02807	0.02743	0.02680	0.02619	0.02559	0.02500	0.02442	0.02385	0.0233
-1.8	0.03593	0.03515	0.03438	0.03362	0.03288	0.03216	0.03144	0.03074	0.03005	0.02938
-1.7	0.04456	0.04363	0.04272	0.04181	0.04093	0.04006	0.03920	0.03836	0.03754	0.03673
-1.6	0.05480	0.05370	0.05262	0.05155	0.05050	0.04947	0.04846	0.04746	0.04648	0.04551
-1.5	0.06681	0.06552	0.06425	0.06301	0.06178	0.06057	0.05938	0.05821	0.05705	0.05592
-1.4	0.08076	0.07927	0.07780	0.07636	0.07493	0.07353	0.07214	0.07078	0.06944	0.06811
-1.3	0.09680	0.09510	0.09342	0.09176	0.09012	0.08851	0.08691	0.08534	0.08379	0.08226
-1.2	0.11507	0.11314	0.11123	0.10935	0.10749	0.10565	0.10383	0.10204	0.10027	0.09852
-1.1	0.13566	0.13350	0.13136	0.12924	0.12714	0.12507	0.12302	0.12100	0.11900	0.11702
-1.0	0.15865	0.15625	0.15386	0.15150	0.14917	0.14686	0.14457	0.14231	0.14007	0.13786
-0.9	0.18406	0.18141	0.17878	0.17618	0.17361	0.17105	0.16853	0.16602	0.16354	0.16109
-0.8	0.21185	0.20897	0.20611	0.20327	0.20045	0.19766	0.19489	0.19215	0.18943	0.18673
-0.7	0.24196	0.23885	0.23576	0.23269	0.22965	0.22663	0.22363	0.22065	0.21769	0.21476
-0.6	0.27425	0.27093	0.25763	0.26434	0.26108	0.25784	0.25462	0.25143	0.24825	0.24509
-0.5	0.30853	0.30502	0.30153	0.29805	0.29460	0.29116	0.28774	0.28434	0.28095	0.27759
-0.4	0.34457	0.34090	0.33724	0.33359	0.32997	0.32635	0.32276	0.31917	0.31561	0.31206
-0.3	0.38209	0.37828	0.37448	0.37070	0.36692	0.36317	0.35942	0.35569	0.35197	0.34826
-0.2	0.42074	0.41683	0.41293	0.40904	0.40516	0.40129	0.39743	0.39358	0.38974	0.38590
-0.1	0.46017	0.45620	0.45224	0.44828	0.44433	0.44038	0.43644	0.43250	0.42857	0.42465
-0.0	0.50000	0.49601	0.49202	0.48803	0.48404	0.48006	0.47607	0.47209	0.46811	0.46414



Normalfördelningstabellen visar det z-värde som svarar mot en given area. Figuren illustrerar att 3.92 procent av fördelningen ligger till vänster om punkten $z = -1.76$.

Normalfördelningstabell (positiva värden)

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.50000	0.50399	0.50798	0.51197	0.51595	0.51994	0.52392	0.52790	0.53188	0.53586
0.1	0.53983	0.54380	0.54776	0.55172	0.55567	0.55962	0.56356	0.56749	0.57142	0.57535
0.2	0.57926	0.58317	0.58706	0.59095	0.59483	0.59871	0.60257	0.60642	0.61026	0.61409
0.3	0.61791	0.62172	0.62552	0.62930	0.63307	0.63683	0.64058	0.64431	0.64803	0.65173
0.4	0.65542	0.65910	0.66276	0.66640	0.67003	0.67364	0.67724	0.68082	0.68439	0.68793
0.5	0.69146	0.69497	0.69847	0.70194	0.70540	0.70884	0.71226	0.71566	0.71904	0.72240
0.6	0.72575	0.72907	0.73237	0.73565	0.73891	0.74215	0.74537	0.74857	0.75175	0.75490
0.7	0.75804	0.76115	0.76424	0.76730	0.77035	0.77337	0.77637	0.77935	0.78230	0.78524
0.8	0.78814	0.79103	0.79389	0.79673	0.79955	0.80234	0.80511	0.80785	0.81057	0.81327
0.9	0.81594	0.81859	0.82121	0.82381	0.82639	0.82894	0.83147	0.83398	0.83646	0.83891
1.0	0.84134	0.84375	0.84614	0.84849	0.85083	0.85314	0.85543	0.85769	0.85993	0.86214
1.1	0.86433	0.86650	0.86864	0.87076	0.87286	0.87493	0.87698	0.87900	0.88100	0.88298
1.2	0.88493	0.88686	0.88877	0.89065	0.89251	0.89435	0.89617	0.89796	0.89973	0.90147
1.3	0.90320	0.90490	0.90658	0.90824	0.90988	0.91149	0.91308	0.91466	0.91621	0.91774
1.4	0.91924	0.92073	0.92220	0.92364	0.92507	0.92647	0.92785	0.92922	0.93056	0.93189
1.5	0.93319	0.93448	0.93574	0.93699	0.93822	0.93943	0.94062	0.94179	0.94295	0.94408
1.6	0.94520	0.94630	0.94738	0.94845	0.94950	0.95053	0.95154	0.95254	0.95352	0.95449
1.7	0.95543	0.95637	0.95728	0.95818	0.95907	0.95994	0.96080	0.96164	0.96246	0.96327
1.8	0.96407	0.96485	0.96562	0.96638	0.96712	0.96784	0.96856	0.96926	0.96995	0.97062
1.9	0.97128	0.97193	0.97257	0.97320	0.97381	0.97441	0.97500	0.97558	0.97615	0.97670
2.0	0.97725	0.97778	0.97831	0.97882	0.97932	0.97982	0.98030	0.98077	0.98124	0.98169
2.1	0.98214	0.98257	0.98300	0.98341	0.98382	0.98422	0.98461	0.98500	0.98537	0.98574
2.2	0.98610	0.98645	0.98679	0.98713	0.98745	0.98778	0.98809	0.98840	0.98870	0.98899
2.3	0.98928	0.98956	0.98983	0.99010	0.99036	0.99061	0.99086	0.99111	0.99134	0.99158
2.4	0.99180	0.99202	0.99224	0.99245	0.99266	0.99286	0.99305	0.99324	0.99343	0.99361
2.5	0.99379	0.99396	0.99413	0.99430	0.99446	0.99461	0.99477	0.99492	0.99506	0.99520
2.6	0.99534	0.99547	0.99560	0.99573	0.99585	0.99598	0.99609	0.99621	0.99632	0.99643
2.7	0.99653	0.99664	0.99674	0.99683	0.99693	0.99702	0.99711	0.99720	0.99728	0.99736
2.8	0.99744	0.99752	0.99760	0.99767	0.99774	0.99781	0.99788	0.99795	0.99801	0.99807
2.9	0.99813	0.99819	0.99825	0.99831	0.99836	0.99841	0.99846	0.99851	0.99856	0.99861
3.0	0.99865	0.99869	0.99874	0.99878	0.99882	0.99886	0.99889	0.99893	0.99896	0.99900
3.1	0.99903	0.99906	0.99910	0.99913	0.99916	0.99918	0.99921	0.99924	0.99926	0.99929
3.2	0.99931	0.99934	0.99936	0.99938	0.99940	0.99942	0.99944	0.99946	0.99948	0.99950
3.3	0.99952	0.99953	0.99955	0.99957	0.99958	0.99960	0.99961	0.99962	0.99964	0.99965
3.4	0.99966	0.99968	0.99969	0.99970	0.99971	0.99972	0.99973	0.99974	0.99975	0.99976

Normalfördelningstabellen visar det z-värde som svarar mot en given area. Figuren illustrerar att 97.5 procent av fördelningen ligger till vänster om punkten $z = 1.96$.