

Tentamen i Ekonomisk matematik och statistik - matematikdelen,
kod 1112-1, Hanken, Helsingfors, 26.10.12, kl 9-12.

Räkna 4 uppgifter av de givna 5! Ange tydligt vilka 4 uppgifter som ska beaktas.
OBS! Finns det 5 räknade uppgifter, beaktas den med högsta poäng inte. Tillåtna hjälpmedel är kalkylator (utan begränsningar) och av tentanden personligen handskriven stödlapp, i storleken A5, som får ha text på båda sidor. **Stödlappen skall lämnas in med tentsvaren!**

1. Analysera funktionen $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 5$ och besvara följande frågor.
 - (a) För vilka värden på x är funktionen växande, för vilka avtagande? (2p)
 - (b) För vilka värden på x är funktionen konvex, för vilka konkav? (2p)
 - (c) Hitta funktionens kritiska punkter och ange (motivera!) om de är lokala maximi- eller minimipunkter. (2p)
2. Underhållskostnaderna för en maskin ökar vanligtvis då maskinen blir äldre. I en fabrik har man noterat att förändringshastigheten för underhållskostnaderna ges av funktionen
$$f'(t) = 24t + 2500,$$
där t är maskinens ålder i år. Funktionen $f(t)$ anger då totalkostnaden för underhållet efter t år. Enheten för $f(t)$ är euro.
 - (a) Hur mycket kostar underhållet av maskinen under det tio första åren? (Anta att $f(0) = 0$.) (3p)
 - (b) Enligt fabrikens policy byts en maskin ut då de totala underhållskostnaderna uppgår till 50000 euro. Hur länge kommer de då att använda maskinen innan den byts ut? (3p)
3. Ett företag säljer två produkter vars efterfrågan q_1 och q_2 ges av funktionerna
$$q_1 = 200 - 8p_1 - 2p_2 \quad \text{och} \quad q_2 = 60 - p_1 - 2p_2,$$
där p_1 och p_2 är produkternas priser i euro.
 - (a) Skriv ut företagets intäkter R som en funktion av p_1 och p_2 . (2p)
 - (b) Bestäm p_1 och p_2 så att företagets intäkter maximeras. (3p)
 - (c) Hur stor är den maximala intäkten? (1p)
4. Funktionen $U(x, y) = 2xy$ anger din nytta av att konsumera x koppar kaffe och y stycken kakor. Kaffe kostar en euro per kopp och en kaka kostar två euro. Hur många koppar kaffe och hur många kakor bör du konsumera för att maximera din nytta om du har 40 euro till ditt förfogande? (6p)
- 5) Utgå från matriserna $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & a \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ och $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} -1 & b \\ 0,75 & c \end{pmatrix}$. Bestäm konstanterna a , b och c så att \mathbf{B} är \mathbf{A} :s invers. (6p)

Formler för EMS: Matematik

1.5 Den naturliga logaritmen

$y = \ln x$ betyder $e^y = x$, till exempel: $\ln 1 = 0$, eftersom $e^0 = 1$.

1 Formler: algebra

1.1 Linjer

1. Den rätta linjens elevration
Elevrationen för en linje med lutningen m och intercept b :

$$y = mx + b.$$

2. Empunktsformeln

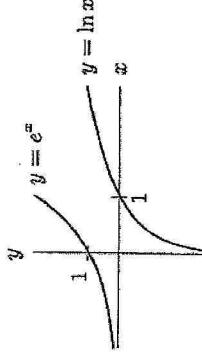
Elevrationen för en linje genom punkten (x_1, y_1) med lutning m :

$$y - y_1 = m(x - x_1).$$

3. Tväpunktformeln

Lutningen för en linje genom punkterna (x_1, y_1) och (x_2, y_2) :

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$



1.6 Regler för den naturliga logaritmen

$$\ln(AB) = \ln A + \ln B \quad (9)$$

$$\ln\left(\frac{A}{B}\right) = \ln A - \ln B \quad (10)$$

$$\ln A^p = p \ln A. \quad (11)$$

1.7 Identiteter

$$\ln e = 1, \quad \ln e^x = x \quad \text{och} \quad e^{\ln x} = x. \quad (12)$$

2 Formler: differentiale- och integralalkalkyl

2.1 Deriveringsformler

1. $(f(x) \pm g(x))' = f'(x) \pm g'(x)$
2. $(kf(x))' = kf'(x)$
3. $(f(x)g(x))' = f(x)g'(x) + f'(x)g(x)$
4. $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{g(x)f'(x) - f(x)g'(x)}{(g(x))^2}$
5. $(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$
6. $\frac{d}{dx}(x^n) = nx^{n-1}$
7. $\frac{d}{dx}(e^x) = e^x$
8. $\frac{d}{dx}(a^x) = a^x \ln a \quad (a > 0)$
9. $\frac{d}{dx}(\ln x) = \frac{1}{x}$

2.2 Integreringsformler

1. $\int x^n dx = \frac{1}{n+1}x^{n+1} + C, n \neq -1$
2. $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$
3. $\int e^x dx = e^x + C$
4. $\int e^{kx} dx = \frac{1}{k}e^{kx} + C$
5. $\int f' \cdot e^f dx = e^f + C$