

SHH
EMS Matematik
Tentamen 17.5.2010

Niklas Ahlgren

May 14, 2010

Tentamen har fem frågor. Svara på fyra frågor endast.

1. En aktie betalar en kontinuerlig utdelning som är

$$D(t) = 2e^{0.01t},$$

där t är tiden i år.

- Vad är den procentuella ökningen i utdelningen per år? (1 p.)
- Anta att aktien betalar utdelningen under 50 år och sedan blir värdelös. Diskonteringsräntan är $r = 0.03$. Beräkna aktiens värde i dag. (2 p.)
Ledning: aktiens värde är nuvärdet av utdelningarna.
- Anta att aktien betalar utdelningen under oändlig tid. Beräkna aktiens värde i dag. (2 p.)
- Anta att $D(t)$ i stället är

$$D(t) = 2e^{0.04t}.$$

Vad skulle det innebära för aktiens värde? Diskonteringsräntan antas fortfarande vara $r = 0.03$. (1 p.)

2. Vid tillverkningen av syntetisk kaviar är genomsnittskostnaderna (sorten rubel)

$$A(q) = 4q + 8 + \frac{12}{q},$$

där q är mängden kaviar (sorten ton).

- (a) Beräkna genomsnittskostnaderna då $q = 6$. (1 p.)
- (b) Beräkna kostnaderna för att producera $q = 6$. (1 p.)
- (c) Beräkna marginalkostnaderna då $q = 6$. (1 p.)
- (d) I vilken punkt minimeras genomsnittskostnaderna? (2 p.)
- (e) I vilken punkt minimeras marginalkostnaderna? (1 p.)

(5) 27

- (a) Använd tabellen

t	3.0	3.2	3.4	3.6	3.8	4.0
$W(t)$	25	23	20	15	9	2

för att uppskatta integralen

$$\int_3^4 W(t) dt$$

(2 p.)

- (b) Här är $n = 5$ och $\Delta t = \frac{1}{n}$. Vad händer då $n \rightarrow \infty$? (1 p.)
- (c) Beräkna integralen

$$\int x\sqrt{x^2 + 1} dx.$$

(3 p.)

3. Bestäm alla kritiska punkter till funktionen

$$f(x, y) = 2x^3 - 4y + xy.$$

Avgör om det är frågan om en maximipunkt, minimipunkt eller något annat (6 p.)

4. Anta att vi har en 2×2 matris

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

- (a) Visa att matrisen är icke-singulär. (2 p.)
- (b) Beräkna inversen till \mathbf{A} . (2 p.)
- (c) Beräkna egenvärdena till \mathbf{A} . (2 p.)

